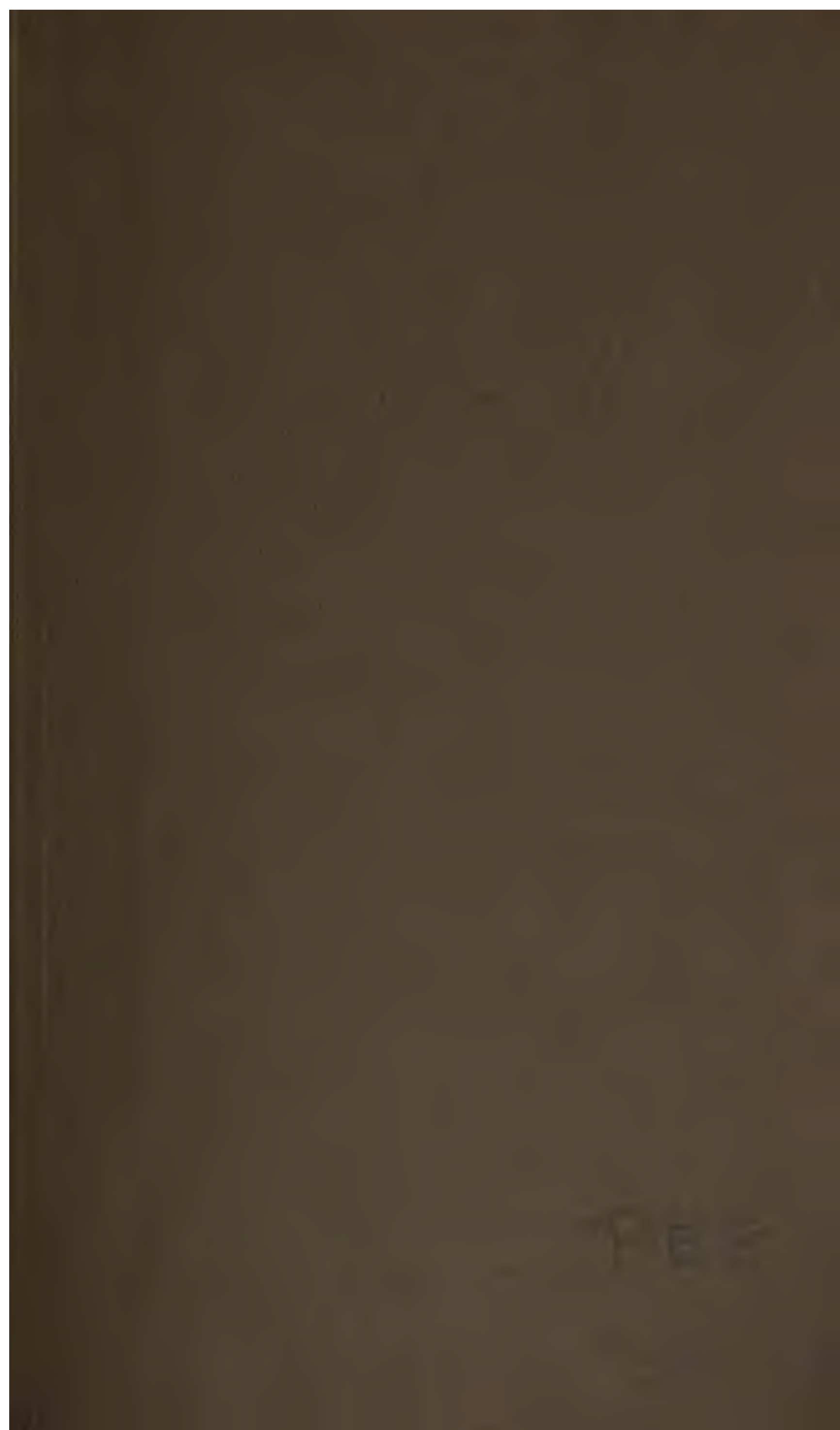
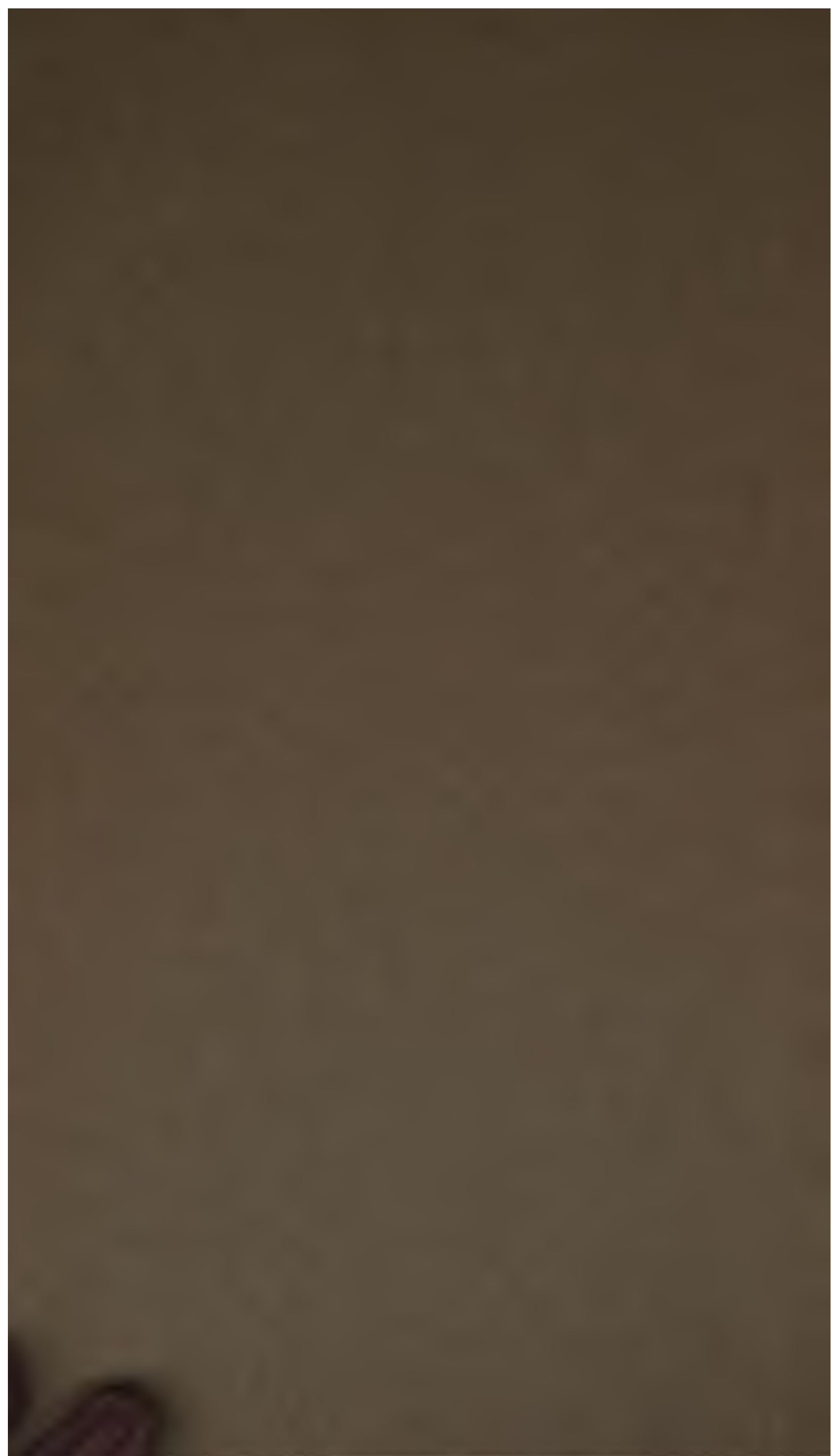

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06640284 7


NEW YORK PUBLIC LIBRARY









OVER DEN INVLOED

DER

BUIGING, OP DE HOOGTEN VAN HEMELLICHTEN,

MET DEN

MERIDIAAN-CIRKEL BEPAALD.

JKT BIJ GEBR. GIUNTA D'ALBANI.

OVER DEN INVLOED

DER

UIGING, OP DE HOOGTEN VAN HEMELLICHTEN,

MET DEN

MERIDIAAN-CIRKEL BEPAALD.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT,

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE HOOGESCHOOL TE LEIJDEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

DR. C. G. COBET,

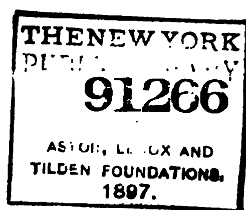
HOOGLEERAAR IN DE WIJSBEGEERTE EN LETTEREN,

in het openbaar te verdedigen
op Dingsdag den 21sten April 1863,
des namiddags te 2 ure,

DOOR

HENDRICUS GERARDUS VAN DE SANDE BAKHUIJZEN,
CIVIEL INGENIEUR,
GEBOREN TE 'S GRAVENHAGE

'S GRAVENHAGE,
A. H. BAKHUIJZEN.
1863.



AAN MIJNE GELIEFDE MOEDER.

VOORREDE.

Gedurende de beide laatste jaren van mijne Academische loopbaan, had ik het voorregt, dat mij een paar vertrekken in de Sterrewacht te Leyden tot mijn verblijf werd toegestaan, en dat ik aandeel mogt nemen in de waarnemingen, welke aldaar verrigt werden. Vooral was dit voor mij hoogst belangrijk na de aankomst en opstelling van den Meridiaan-cirkel van de Heeren Pistor en Martins, toen het mij vergund werd, om mij meer bepaaldelijk met dit instrument bezig te houden. Prof. Kaiser had ons vóór dien tijd, door het geven van een' allerbelangrijksten cursus, zoo veel mogelijk met het instrument bekend gemaakt, zoodat ik, onder zijne leiding, reeds dadelijk na de opstelling, een' aanvang kon maken met waarnemingen en onderzoekingen, ten einde mij hierin te oefenen, en tevens de verschillende bronnen van fouten op te sporen, die te vreezen waren.

Onder deze behoorde in de eerste plaats de buiging van de verschillende deelen van het instrument. De hooge belangrijkheid van dit onderwerp, waarmede zoo vele gewigtige deelen der praktische sterrekunde in naauw verband staan, bragt mij tot eene nadere studie van

hetgeen door anderen hieromtrent was bekend gemaakt, en het bleek mij dat het niet ongeschikt was, om tot stoffe voor mijn proefschrift te verstrekken.

Een woord van dank ga de behandeling er van vooraf.

In de eerste plaats aan U Hooggeschatte Promotor KAISER! Groot is het aantal uwer dankbare leerlingen, maar zeker zijn er weinigen, die, meer dan ik, U verpligt zijn voor al wat gij voor hen waart.

Reeds dadelijk bij mijne komst aan de Academie, hebt gij mij niet alleen als leermeester maar ook als vriend uwe leiding willen schenken; doch vooral mogt ik die in ruime mate ondervinden, toen mij, door Uwe bemoeijingen, een verblijf op de Sterrewacht vergund werd. Gedurig was ik daar in de gelegenheid Uwe raadgevingen en lessen te ontvangen, en in Uwe gesprekken, ook in huiselijken kring, dat vuur en die liefde voor de wetenschap te bewonderen, die gij in Uwe leerlingen tracht op te wekken. Behoeft het dus te bevreemden, dat ik dien tijd onder de gelukkigste van mijn leven reken!

Heb dank voor dat alles; ook voor de toegenegen hulp, die gij mij, na mijn vertrek uit Leyden, bij voortduring hebt willen bewijzen, gelijk mij weder, bij de bewerking van mijn proefschrift, zoo ruimschoots is gebleken. Wil mij die nog verder verleenen, en houd U overtuigd, dat het steeds mijn streven zal zijn, mij die niet onwaardig te maken.

Mogt gij nog lang gespaard blijven tot roem van het Vaderland, en in de gelegenheid worden gesteld, de Leydsche sterrewacht die plaats te doen innemen, welke haar onder Uwe leiding toekomt!

Ook gij, Hooggeleerde Heeren VERDAM en RIJKE, hebt regt op mijn' warmen dank voor het onderwijs, hetgeen ik van U mogt ontvangen, en voor de groote mate van welwillendheid, die gij mij hebt bewezen. Het was mij, korter tijd dan aan anderen, vergund Uwe

lessen bij te wonen, doch nimmer kan dit van invloed zijn op de erkentelijkheid, die ik er U voor verschuldigd ben. Weest verzekerd dat zij in mijn volgend leven altijd bij mij in dankbare herinnering zullen blijven.

Het is mij een aangename pligt, U, Hooggeleerde Heeren, VAN DER HOEVEN, VAN DER BOON MESCH en SURINGAR, openlijk dank te zeggen, en te verzekeren, dat ik het als een groot voorregt reken, Uwe lessen, in de verschillende deelen der natuur-wetenschappen, te hebben bijgewoond.

Ben ik voor het onderrigt en de welwillendheid, aan de Leydsche Akademie genoten, diepe erkentelijkheid verschuldigd, in niet mindere mate is dit het geval, voor de hulp en leiding, welke ik bij mijne vorige studien aan de Akademie te Delft mogt ondervinden.

Allereerst aan U, Hooggeleerde LOBATTO! Uw uitstekend onderwijs, ik erken het dankbaar, is mij een voorname prikkel geweest, om verder mijne theoretische studien voort te zetten. Gij hebt mij daarbij, niet alleen gedurende mijn verblijf te Delft, maar ook later, Uwe voorlichting willen schenken. Onthoud mij die ook verder niet, en wees verzekerd dat ik haar steeds op den waren prijs zal blijven schatten.

Wat ik U verschuldigd ben, hooggeschatte COHEN STUART, kan ik hier niet genoeg vermelden. Uwe lessen, Uwe altijd zoo juiste en scherpzinnige opmerkingen zijn mij van onschatbare waarde geweest. Maar op niet minder hoogen prijs stel ik de vriendschap, die gij mij hebt willen bewijzen, de goede raadgevingen, die gij mij steeds verleend hebt, als ik er zoo vaak behoefte aan had. Wil ze mij ook verder schenken. Gij weet dat niets in staat zal zijn mij immer te doen vergeten, wat ik U verpligt ben.

Ontvang ook gij de betuiging mijner erkentelijkheid Hoog Edel Gestr. Heer STORM BUYSING, Hooggel. Heer OVERDUIN, Zeergel. Heer VAN GOENS, voor het onderwijs dat ik van U mogt ontvangen. Met dankbaarheid zal ik mij steeds den tijd herinneren, welke ik, te Delft, onder Uwe leiding heb doorgebragt.

En gij mijne vrienden van vroegeren en lateren tijd, die mij zulke gelukkige uren hebt verschaft, hebt dank voor wat gij voor mij geweest zijt. Laat de afstand, die zoo velen onzer van elkander scheidt, onze vriendschap niet verminderen.

HOOFDSTUK I.

THEORETISCHE BESCHOUWINGEN OMTRENT DE BUIGING IN HET ALGEMEEN EN OMTRENT DIE VAN EEN' KIJKER EN VAN EEN' CIRKEL, IN DEN VERTIKALEN STAND, IN HET BIJZONDER.

---

§ 1.

Algemeen neemt men aan, dat de ligchamen uit eene groote menigte kleine deeltjes (atomen) bestaan, die door de afstootende en aantrekkende krachten, welke zij op elkander uitoefenen, op bepaalde afstanden van elkander verwijderd zijn, en dat de meerdere of mindere homogeniteit en de inwendige structuur der ligchamen een gevolg zijn van de onderlinge ligging dier deeltjes. Wanneer geene uitwendige krachten op een ligchaam werken, zullen de atomen een' zekeren evenwigtstoestand aannemen; indien echter het ligchaam de werking van uitwendige krachten ondervindt, zullen de deeltjes, welke het ligchaam zamenstellen, digter bij elkander gedrukt of op grooter afstanden van elkander verwijderd worden; de onderlinge afstootende en aantrekkende krachten worden dan gewijzigd, en er zal een nieuwe inwendige evenwigtstoestand ontstaan.

De vorm van het geheele ligchaam ondergaat hierdoor insgelijks eene verandering, wier grootte afhankelijk is vooreerst van den inwendigen toestand der stof, en in de tweede plaats

van de grootte der uitwendige krachten. Somtijds kan die verandering zoo gering zijn, dat men zelfs met de meest volkomene meetinstrumenten haar niet kan bepalen, doch altijd zal zij onder den invloed van die uitwendige krachten, b. v. de zwaartekracht, bestaan.

Indien deze krachten ophouden te werken, zullen de atomen door de afstooting en aantrekking, die zij op elkander uitoefenen, weder in hunne oorspronkelijke ligging trachten terug te keeren, en het ligchaam zal zijne eerste gedaante hernemen, indien daaraan geen te groote verandering werd toegebragt. Deze eigenschap der ligchamen heet veêrkracht of elasticiteit. De krachten, waardoor een ligchaam weder in zijn' ouden vorm tracht terug te keeren, noemt men de elasticiteitskrachten. Zij zijn de veranderingen in de aantrekkingen en afstootingen tusschen de atomen, die bij elke vormsverandering worden opgewekt, en die dan evenwigt maken met de drukking of trekking, die van buiten op het ligchaam wordt uitgeoefend.

Eene staaf, die aan het eene uiteinde bevestigd is, terwijl aan het andere, volgens de lengte-as, eene trekkende kracht werkt, zal een weinig verlengd worden; is de kracht, in plaats van trekkend, duwend, dan wordt zij daarentegen verkort, en in beide gevallen behoudt de lengte-as der staaf een' onveranderden stand. Deze zal zich echter veranderen, zoodra de uitwendige kracht loodregt op de staaf werkt. Is b. v. een horizontale balk met het eene einde in een' muur bevestigd, terwijl het andere met een gewigt bezwaard is, dan zal dit onder de werking van dit gewigt dalen; de lengte-as zal zich buigen en eene kromme lijn worden, met de holle zijde naar beneden gekeerd. Daar nu eene willekeurige kracht, op eene staaf werkende, ontbonden kan worden volgens de rigting der lengte-as, en loodregt daarop, zal zij eene zamendrukking of uitrekking en tevens eene buiging te weeg brengen.

Om een' balk of eene staaf te doen buigen, is het niet

noodzakelijk dat het aangrijpingspunt der kracht juist aan het uiteinde gelegen zij. Waar zich dit ook, buiten het punt van bevestiging, moge bevinden, altijd zal het ligchaam gebogen worden.

Juiste begrippen omtrent de werkingen, die hierbij plaats vinden, zijn nog betrekkelijk nieuw. De eerste, die over dit onderwerp geschreven heeft is Galileï, maar zijne beschouwingen zijn in strijd met hetgeen de ondervinding omtrent de zamenstelling der stof heeft geleerd. Na hem heeft Mariotte de buiging behandeld, en de denkbeelden, welke deze er over mededeelt, zijn meer overeenkomstig de waarheid dan die van zijn' voorganger, doch door eene vergissing, welke door Jacobus Bernouilli werd nagevolgd, kwam ook hij tot onjuiste uitkomsten. Eerst Coulomb heeft, op het einde der vorige eeuw, de goede grondslagen van eene theorie der buiging gelegd. Hierop is sedert voortgebouwd, en door de theoretische onderzoekingen omtrent de elasticiteit van Cauchy, Navier, Poisson, Clapeyron en Lamé, is de kennis omtrent dit onderwerp meer en meer uitgebreid.

Als een balk gebogen wordt, worden de bovenste vezels uitgerekt en de onderste zamengedrukt. De verlengingen en verkortingen, hierdoor veroorzaakt, verminderen in grootte van den boven- en van den onderkant van den balk af naar het midden toe, waar men eene laag aantreft, die zijne oorspronkelijke lengte behoudt, en daarom ongedrukte vezel of neutrale as genaamd wordt. Door deze zamendrukkingen en uitrekkingen worden, in de rigting van de lengte-as der staaf, elasticiteitskrachten opgewekt, en volgens de bekende wet van Hooke «ut tensio sic vis» zijn zij evenredig aan de verlengingen of verkortingen zelven. Zij nemen dus, van boven af beginnende, in intensiteit af tot aan de neutrale as, waar zij nul zijn, om daarna in rigting om te keeren en zoo weder toe te nemen tot aan de ondervlakte.

Men denke zich nu een deel van den balk, begrepen tusschen een willekeurig vertikaal vlak en het vrije uiteinde, dan zal er in den toestand van rust altijd evenwigt moeten zijn tusschen de uitwendige en de inwendige krachten, die door de elasticiteit zijn opgewekt. Aan het eene uiteinde werkt de aangebragte kracht naar beneden, aan het andere vertikale grensvlak zal, door de reaktie van het bevestigingspunt, eene gelijke kracht naar boven werken. De uitwendige krachten worden dus tot een koppel herleid, en de elasticiteitskrachten, welke hiermede evenwigt zullen maken, moeten dus ook tot een enkel koppel kunnen vereenigd worden; de oorsprong hiervan kan men ligtelijk vinden.

De elasticiteitskrachten in den balk, onder en boven de neutrale as, waren aan elkander tegengesteld, en zullen dus twee resultanten opleveren, welke in tegengestelde rigtingen werken, en, om een koppel te kunnen vormen, aan elkander gelijk moeten zijn; het moment er van wordt door de grootte der uitwendige krachten bepaald. Deze voorwaarde voor de elasticiteitskrachten, en dus ook voor de uitrekkingen en zamendrukkingen, waardoor zij ontstaan, verbonden met de hypothesen: 1°. dat de vlakken, die men zich in den ongebogen toestand normaal op de neutrale as denkt, na de buiging nog platte vlakken blijven, en 2°. dat de uitgerekte en zamengedrukte vezels geene longitudinale krachten op elkander uitoefenen, zijn voldoende om den vorm te bepalen, welken de balk, of liever de neutrale as, zal aannemen. De kromme lijn, waarin deze bij de buiging overgaat, wordt met den naam van elastische kromme bestempeld. Werkt de kracht niet aan het uiteinde, maar is zij over de staaf verspreid, dan wordt het vraagstuk om den vorm der gebogene as te bepalen eenigzins gewijzigd, doch het kan altijd, zoo men de genoemde onderstellingen aanneemt, opgelost worden.

Deze onderstellingen, waarvan men gewoonlijk bij de beschouwingen omtrent de buiging uitgaat, zijn niet juist, maar

de resultaten, tot welke zij leiden, zullen in de meeste gevallen weinig van de waarheid afwijken, zoo als blijkt uit eene verhandeling van de Saint Venant, «Mémoire sur la flexion des prismes» [1]). Hierin geeft deze geleerde de ontwikkeling der formulen voor de buiging van eene horizontale staaf zonder gewigt, die aan het eene uiteinde bevestigd is, terwijl aan het andere eene vertikale kracht werkt.

Hij heeft de genoemde onderstellingen bij zijne berekeningen niet aangenomen, maar hij geraakte toch tot uitkomsten, niet veel verschillende van die, welke men verkrijgt, zoo men deze onderstellingen aanneemt.

Behalve de bepaling van de buiging van staven, is er nog een groot aantal andere vraagstukken aangaande den inwendigen toestand der ligchamen op te lossen. De theorie der elasticiteit, vooral zoo als zij door Lamé in zijne «Leçons sur l'Elasticité» is ontwikkeld, verschaft daarvoor wel gedeeltelijk de hulpmiddelen, doch in de meeste gevallen schieten de krachten der analysis te kort, om tot eene volledige oplossing te kunnen leiden.

Zoo is het ook gesteld met het vraagstuk om de buiging van een' balk in het algemeen te bepalen. De St. Venant heeft zich bij de behandeling van dit onderwerp dan ook eenige onderstellingen veroorloofd, aangaande de verdeeling der krachten en de verplaatsingen der deeltjes. Hij heeft wel aangetoond dat deze niet met elkander in strijd zijn, maar hare waarheid is niet bewezen.

Het gewigt der staaf is bij zijne beschouwingen verwaarloosd. Brengt men dit echter in rekening, dan wordt de oplossing veel ingewikkelder, daar het nul stellen van sommige der elasticiteitskrachten, hetgeen de St. Venant bij het geval, dat hij behandelde, mogt doen, dan niet meer geoorloofd is.

---

1) Journal de Liouville, 1856, pag. 89.

Met deze oplossing heb ik mij bezig gehouden, maar de uitkomsten tot welke men geraakt, hebben te weinig waarde met betrekking tot het onderwerp van mijn proefschrift, om hier vermeld te worden. De onmogelijkheid om alle voorwaarden aangaande de zamenstelling der deelen van een' kijker en cirkel in vergelijking te brengen, en de dishomogeniteit der stof zullen namelijk in de uitkomsten altijd fouten veroorzaken, grooter dan die, welke men begaat zoo men, in plaats van de nieuwe theorie, de oude, die veel eenvoudiger is, ten grondslag van zijne berekeningen legt. Om deze reden ben ik dan ook bij mijne beschouwingen van deze laatste theorie uitgegaan, en ik zal nu kortelijk de uitkomsten mededeelen, tot welke zij leidt, bij de bepaling van de buiging van eene staaf, om hieruit tot de buiging van den kijker over te gaan, en eindelijk een overzigt geven van eene verhandeling van Bessel over de buiging van een' cirkel in den vertikalen stand.

Indien over het eindvlak van een' balk eene kracht symmetriek verdeeld en het andere uiteinde goed bevestigd is, dan zal de doorbuiging van het einde der neutrale as, dat is de verplaatsing loodregt op de lengte-as, bij denzelfden balk, evenredig zijn aan het moment der kracht, ten opzigte van het bevestigingspunt. Insgelijks leiden wij uit de theorie af, dat de tangens van den hoek tusschen de raaklijnen aan het uiterste element der neutrale as, in den gebogenen en ongebogenen toestand, welke buigingshoek wordt genoemd, evenredig is aan de doorbuiging. Wij vinden namelijk [1]), als wij den buigingshoek, voor een willekeurig punt der neutrale as, φ noemen:

$$tg.\,\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2c^2}(2ax - x^2),$$

waarin de as der x volgens de raaklijn, die der y loodregt

1) Poisson, Traité de Mécanique, seconde édition. Tome I, pag. 609.

daarop wordt genomen. Stellen wij voor x de lengte van de staaf a, dan is voor het uiteinde:

$$tg.\,\varphi = \frac{a^2}{2c^2}.$$

De doorbuiging is:

$$b = \frac{a^3}{3c^2},$$

$$\text{dus } tg.\,\varphi = \frac{3b}{2a}.$$

Beide deze gevolgen van de theorie zijn, binnen de grenzen der waarneming, bevestigd geworden door de naauwkeurige proeven van A. T. Kupffer [1]). Hij heeft zich door zijne onderzoekingen overtuigd van de juistheid der gevondene betrekking tusschen buiging en buigingshoek, en toen, hieraan eene methode ontleenende ter bepaling van de buiging, ook de evenredigheid van de doorbuiging en het moment der kracht bevestigd gevonden. Kupffer heeft dit niet alleen onderzocht door de grootte van de kracht te wijzigen, maar ook door de staaf in een' hellenden stand te brengen, terwijl de vertikaal werkende kracht dezelfde bleef, en in beide gevallen was de doorbuiging evenredig aan het moment der kracht. Is dus bij eene staaf in den horizontalen stand de doorbuiging a waargenomen, dan zal, als de staaf in een' hellenden stand gebragt is, zoodat zij een' hoek z met den vertikaal vormt, en de kracht in dezelfde rigting blijft werken, de doorbuiging zijn:

$$d = a \text{ Sin. } z.$$

Werkt er op eene staaf eene kracht in de rigting der lengte-as buiten het midden, dan zal hierdoor ook eene buiging ontstaan, en de neutrale as zal, zoo als uit eenvoudige beschouwingen blijkt, den vorm van een' cirkelboog aannemen, waarvan de straal omgekeerd evenredig is aan de grootte der kracht [2]).

1) Recherches expérimentales sur l'Elasticité des métaux.

2) Zie o. a. Weisbach, Ing. u. Maschinen Mechanik. 3e Auflage, 1ster Theil. Seite 439.

Deze buiging zal altijd plaats vinden, wanneer op eene staaf, in een' hellenden stand, eene vertikale kracht buiten het midden werkt. Deze kracht kan namelijk ontbonden worden in twee andere, waarvan de eene loodregt op de lengte-as, de andere daaraan evenwijdig is. De eerste brengt de buiging te weeg, welke wij reeds beschouwd hebben, en die evenredig was aan Sin. z, terwijl de tweede de staaf, op de laatst beschrevene wijze, in een' cirkelboog zal doen buigen.

Om de grootte van deze tweede doorbuiging te bepalen, kunnen wij op de volgende wijze handelen. Men beschouwt haar afgezonderd van de doorbuiging, door de kracht loodregt op de staaf te weeg gebragt, hetgeen geoorloofd is, zoo men in de geheele buiging der staaf geen termen wil opnemen, welke het produkt der beide gedeeltelijke buigingen bevatten.

Aan het bevestigingspunt wordt nu, aan de in een' cirkelboog gekromde neutrale as, eene raaklijn en eene normaal getrokken, welke als assen der x en y worden aangenomen, dan is de vergelijking van den cirkelboog:

$$x^2 - 2rx + y^2 = 0,$$

waarin x de afwijking van de raaklijn of de gezochte doorbuiging voorstelt. Hieruit volgt:

$$x = r - \sqrt{(r^2 - y^2)} = r\left(1 - \sqrt{\left(1 - \frac{y^2}{r^2}\right)}\right).$$

Nu is r omgekeerd evenredig aan de grootte der kracht, en deze kracht, welke de ontbondene volgens de neutrale as is, is weder evenredig aan den cosinus van den hoek, dien de staaf maakt met den vertikaal en welken wij vroeger z genoemd hebben.

Voor den kromtestraal der gebogene neutrale as, in de verschillende standen der staaf, kan men dus stellen:

$$r = \frac{a}{\text{Cos. } z},$$

waarin a eene standvastige waarde heeft, die zeer groot is. Na substitutie bekomt men:

$$x = \frac{a}{\text{Cos. } z}\left\{1 - \sqrt{\left(1 - \frac{y^2 \text{Cos.}^2 z}{a^2}\right)}\right\},$$

of na ontwikkeling:

$$x = \frac{a}{\text{Cos. } z}\left\{1 - \left(1 - \frac{1}{2}\frac{y^2 \text{Cos.}^2 z}{a^2} - \frac{1}{8}\frac{y^4 \text{Cos.}^4 z}{a^4} - \text{enz.}\right)\right\},$$

of wel:

$$x = \frac{1}{2}\frac{y^2 \text{Cos. } z}{a} + \frac{1}{8}\frac{y^4 \text{Cos.}^3 z}{a^3} + \text{enz.}$$

Nu is x, onder verwaarloozing van grootheden van hoogere orde, gelijk aan $\frac{y^2}{2a}$ Cos. z; $\frac{y^4}{a^2}$ is dus eene grootheid der tweede orde, en daar a daarenboven zeer groot is, kan de term $\frac{1}{8}\frac{y^4 \text{Cos.}^3 z}{a^3}$ verwaarloosd worden, zoodat dan

$$x = \frac{1}{2}\frac{y^2 \text{Cos. } z}{a}$$

is.

Indien voor y de lengte der staaf l gesteld wordt, dan is x de doorbuiging d', en dus:

$$d' = \frac{l^2}{2a} \text{Cos. } z = \text{A Cos. } z,$$

waarin A eene standvastige grootheid is.

Nemen wij nu de beide waarden van d en d' te zamen, dan bedraagt de geheele doorbuiging van eene homogene staaf, die met den vertikaal een' hoek z maakt, en waarop buiten de as eene vertikale kracht werkt:

$$\text{D} = a \text{ Sin. } z + \text{A Cos. } z.$$

Is de staaf niet homogeen, zoodat eene kracht, in de rigting der lengte-as werkende, niet alle deelen gelijke uitrekkingen of zamendrukkingen doet ondervinden, dan zal, al zijn die longitudinale krachten ook symmetriek over het eindvlak verdeeld, toch eene buiging der neutrale as ontstaan. Door het aanbrengen van andere longitudinale krachten buiten het midden, kunnen wij deze buiging en de ongelijke uitrekkingen evenwel opheffen, waaruit dus volgt dat, wat de buiging aan-

gaat, de dishomogeniteit dezelfde uitwerking heeft als excentriek werkende krachten, evenwijdig aan de lengte-as. Wij leiden hieruit de gevolgtrekking af, dat de doorbuiging van eene dishomogene staaf, die een' hoek z met den vertikaal maakt, indien hetzij in hetzij buiten de as eene vertikale kracht werkt, eveneens kan worden voorgesteld door de gevondene uitdrukking:

$$D = a \text{ Sin. } z + A \text{ Cos. } z.$$

Hoewel de beide termen, waaruit deze formule bestaat, zekerlijk wel de voornaamste zullen zijn, die in de uitdrukking voor de buiging voorkomen, zoo zijn zij evenwel niet de eenige, daar zij, zoo als vroeger gezegd is, op onjuiste onderstellingen rusten, en onderscheidene eigenschappen der stof niet in rekening gebragt zijn, waardoor welligt eenige merkbare termen in de formule voor de buiging verwaarloosd zijn.

Passen wij de voorafgaande beschouwingen toe op het onderwerp, dat wij meer in het bijzonder willen behandelen: de buiging van den Meridiaancirkel. Alle stukken, waaruit hij is zamengesteld, buigen zich door hunne eigene gewigten, en door de werkingen van de deelen, welke er mede verbonden zijn. Al deze doorbuigingen oefenen een' min of meer schadelijken invloed uit, doch het zijn voornamelijk die van den kijker, van den cirkel, van de draden en van de as, welke fouten in de waarnemingen te weeg brengen. De drie eersten doen hun' invloed gevoelen op de bepalingen van de hoogten der hemellichten, de laatste, en ook gedeeltelijk de eerste (in zoo ver als er welligt eene zijdelingsche buiging van den kijker bestaat), op de bepalingen van verschillen in Regte-Opklimming. Hiervan willen wij alleen de fouten behandelen, die bij de hoogtemetingen te vreezen zijn, en wel bepaaldelijk die, welke door de buiging van kijker en cirkel worden veroorzaakt, daar, volgens opzettelijke onderzoekingen van Struve [1])

1) Observationes Dorpatenses, Vol. VI, pag. 69.

Laugier [1]) en anderen de buiging der draden onmerkbaar is.

De kijker bestaat uit twee meestal kegelvormige buizen, welke bevestigd zijn aan de beide tegenovergestelde vlakken van een' kubus, en die aan hunne andere uiteinden objectief en oculair dragen. Door hun eigen gewigt en dat van de deelen, welke er aan bevestigd zijn, buigen beide buizen door, en het objectief en het dradennet in het oculair dalen, waardoor de optische as verplaatst wordt. Buigen beide helften evenveel door, dan blijft de optische as evenwijdig aan zich zelve; buigen zij daarentegen ongelijk door, dan zal de rigting der optische as veranderd worden, en deze verandering is evenredig aan het verschil der beide buigingen. De twee buizen, die met den kubus den kijker zamenstellen, zijn, zoo als reeds gezegd is, meestal kegelvormig, en wijken dus ook in hunne uitwendige gedaante af van de prismatische staven, voor welke de buiging $D = a \text{ Sin. } z + A \text{ Cos. } z$ gevonden is; maar dezelfde redeneringen, welke ons bij de staaf tot deze formule geleid hebben, voeren daartoe ook, als men de buiging der kegelvormige buizen bepaalt. Het verschil in de buigingen van objectief en oculair, of de verplaatsing van de optische as, zal dan ook door eene formule worden voorgesteld, waarin de termen met den Sinus en den Cosinus van den zeniths-afstand de hoofdrol vervullen.

Met veel minder regt, dan bij de prismatische staaf, mag men er echter de overige termen in verwaarloozen, 1°. omdat de onderstellingen, die men bij het bepalen der buiging heeft aangenomen, bij eene buis met een' grooten diameter meer van de waarheid afwijken, dan bij eene staaf, die, ten opzigte van zijne lengte, eene geringe doorsnede heeft; 2°. omdat in de buis des kijkers, door het aanschroeven van sommige deelen, zoo als het objectief, oculair, verlichtingstoestel enz. spanningen zijn opgewekt, die bij de staaf niet voorkwamen; 3°. om-

1) Mémoire sur la détermination des distances polaires, pag. 32.

dat de verplaatsing der optische as het verschil is van twee grootheden, die op weinig na aan elkander gelijk zijn, zoodat de fout in de formule a Sin. z + A Cos. z, al is zij voor de buigingen van elk der beide helften, ten opzigte van de betrekkelijk aanzienlijke waarde dezer buigingen, gering, toch groot kan zijn, ten opzigte van het kleine verschil. Welke de termen zijn, die men door het niet in acht nemen van een en ander verwaarloosd heeft, weet men niet, doch de buiging is altijd eene periodieke functie van den zeniths-afstand, en kan dus worden voorgesteld door:

$$a \text{ Sin. } z + b \text{ Sin. } 2z + c \text{ Sin. } 3z + \ldots\ldots$$
$$+ \text{A Cos. } z + \text{B Cos. } 2z + \text{C Cos. } 3z + \ldots \text{ enz.},$$

waarin alle termen, behalve die met den Sinus en Cosinus van den enkelen boog, het gevolg zijn van verschillende oorzaken, die wij niet in rekening gebragt hebben.

Na aldus vlugtig de uitkomsten aangaande de buiging des kijkers beschouwd te hebben, tot welke de oude theorie ons leidt, willen wij ook nagaan, wat zij ons omtrent de buiging van den verdeelden cirkel leert. In den vertikalen stand zal deze een' anderen vorm aannemen dan in den horizontalen, in welken hij verdeeld is; doch was deze vervorming bij alle zeniths-afstanden dezelfde, dan zou de invloed hiervan bij de bepaling der verdeelingsfouten worden opgenomen, zoodat deze standvastige fout verder buiten onze beschouwing kan blijven. Het veranderlijke deel van de buiging, of wel de verschillen in de afwijking van den oorspronkelijken vorm van den cirkel, brengt echter, bij de bepaling der verdeelingsfouten, andere fouten te weeg, dan bij de waarnemingen der hemellichten; de invloed hiervan moet dus bepaald worden.

Bessel, aan wien men, ook op het gebied der onderzoekingen omtrent den Meridiaan-cirkel, zoo veel dank verschuldigd is, heeft, als laatste verhandeling, eene theorie van de buiging

des cirkels in den verticalen stand gegeven [1]). Wij zouden dus kunnen volstaan met daarheen te verwijzen; daar echter dit stuk vrij groot is, en de lezing er van door de menigte van formulen bemoeijelijkt wordt, zal welligt een kort overzigt er van hier niet misplaatst zijn.

Bessel behandelt in het bijzonder de buiging van den cirkel van het instrument van Repsold te Koningsbergen, waarvan de rand door tien spaken met het midden verbonden is, terwijl deze weder aan elkander zijn gehecht door tien dwarse verbindingsstaven. Bij de meeste Meridiaan-cirkels van den tegenwoordigen tijd, bepaaldelijk die van Pistor en Martins, komen die verbindingsstaven niet meer voor; hierdoor wordt de theorie omtrent de buiging vereenvoudigd, doch in haar wezen niet veranderd, zoodat de uitkomsten, door Bessel verkregen, ook voor die cirkels geldig zijn.

In plaats van den rand en de staven, waaruit de cirkel bestaat, stelt Bessel lijnen, welke hetzelfde gewigt en denzelfden weêrstand hebben als de stoffelijke deelen, wier plaats zij innemen. Elk der stukken tusschen twee snijpunten begrepen beschouwt hij op zich zelf. Aan de voorwaarden, dat het gewigt en de krachten aan de uiteinden evenwigt moeten maken met de elasticiteits-krachten, moet dus voor ieder der stukken voldaan worden. Deze voorwaarden zijn evenwel niet voldoende, want hierin ligt niet opgesloten, dat al die afzonderlijke deelen een zamenhangend geheel vormen; om ook dit in vergelijkingen uit te drukken, moet men nog aannemen, dat er evenwigt bestaat tusschen de krachten, welke werken aan de punten, waar verschillende lijnen zamenkomen. Door de vergelijkingen voor het evenwigt tusschen de uitwendige en de elasticiteits-krachten, voor ieder deel afzonderlijk, is men in staat in het algemeen den vorm der gebogene lijn op te maken, terwijl

---

1) Astron. Nachr., Band XXV, pag. 1, seq.

de vergelijkingen voor het evenwigt der krachten aan de uiteinden der lijnen de standvastige grootheden doen kennen, die hierbij voorkomen.

Voor dat Bessel de bijzondere omstandigheden in rekening brengt, waaronder de lijnen, die den cirkel zamenstellen, verkeeren, bepaalt hij eerst in het algemeen de vormsveranderingen van eene buigzame zware lijn. Hierbij komen drie krachten in het spel: 1°. de kracht, met welke de lijn haren vorigen stand tracht te hernemen, in zoo verre als deze gewijzigd is door de veranderingen in de hoeken, welke de raaklijnen aan de opvolgende punten met elkander maken, met andere woorden, de kracht, waarmede de lijn zich van de buiging tracht te herstellen, en die loodregt zal werken op het element dat men beschouwt; 2°. de kracht, waarmede de lijn hare vorige lengte tracht te hernemen. Deze kan zoowel positief als negatief zijn, naarmate de lijn eene verlenging of verkorting heeft ondergaan, terwijl zij steeds werkt in de rigting van de raaklijn aan het element. 3°. de zwaartekracht op elk deel der lijn, loodregt naar beneden werkende.

Door middel van het grondbeginsel der virtuele snelheden, is men nu in staat, de voorwaarden voor het evenwigt dezer krachten in eene vergelijking te brengen, welke uitdrukt dat de som der virtuele momenten nul is.

Zij de eerste kracht door de buiging opgewekt K, dan zal deze den hoek tusschen de raaklijnen aan twee op elkander volgende elementen, welke $d\varphi$ is, trachten te veranderen, en zoo de afstand van de twee elementen p bedraagt, zal de virtuele verplaatsing $\delta p d\varphi$ of $p \delta d\varphi$ zijn, en het virtuele moment $K p \delta d \varphi$, hetwelk, als men $K p$ gelijk E stelt, $E \delta dp$ worden zal.

De kracht, waarmede twee op elkander volgende elementen hun' oorspronkelijken afstand in de raaklijn trachten te hernemen, zij F, en die afstand zelf zij ds, dan is weder de

virtuele verplaatsing δds, en het virtuele moment van deze tweede kracht $F \delta ds$.

Het gewigt van een element is, als k het gewigt van de ruimte-eenheid water, Δ het specifiek gewigt der stof, en ω de oppervlakte van een element ter dikte ds is, gelijk aan $k \Delta \omega ds$. Neemt men nu de as der y in de rigting van den vertikaal, dan is het virtueel moment der derde kracht (de zwaartekracht) gelijk $k \Delta \omega ds \delta y$.

Het principe der virtuele snelheden op deze drie krachten, welke elkander in evenwigt houden, toepassende, heeft men:

$$\int (k \Delta \omega ds \delta y + E \delta d\varphi + F \delta ds) = 0.$$

Men kan nu $d\varphi$ en ds in dx en dy uitdrukken, en dan, door partiële integratie (zoo als dit bij de variatie-rekening geschied), die integraal tot zulk een' vorm herleiden, dat de differentialen der variatiën er uit verdwijnen, en er alleen variatiën van x, y en φ in voorkomen, vermenigvuldigd met factoren, welke dx, dy, ds, dE, E, F, k, Δ en ω bevatten. Door deze partiële integratie zal een deel buiten, een deel binnen het integraalteeken komen. Het eerste zal de variatiën van x, y en φ bevatten, voor de grenzen waartusschen men geïntegreerd heeft, en daar deze willekeurig kunnen genomen worden, zoo moet, opdat de geheele functie nul zij, dit eerste deel en ook het tweede, ieder op zich zelf, gelijk nul gesteld worden. Het tweede deel bevat onder het integraalteeken δx en δy met de vroeger vermelde factoren aangedaan; δx en δy zijn van elkander onafhankelijk, zoodat, om de geheele uitdrukking onder het integraalteeken nul te maken, de coëfficiënten van deze twee grootheden, elk afzonderlijk, aan nul gelijk moeten gesteld worden.

Men heeft hierdoor twee vergelijkingen bekomen tusschen x en y en het zou dus schijnen, dat deze beide grootheden er elk afzonderlijk uit konden bepaald worden; dit is echter niet het geval, want er komen nog E en F in voor, welke niet voor alle

deelen der lijn dezelfde zullen zijn, en dus ook als veranderlijken moeten beschouwd worden. Elimineert men er een van, b. v. F, dan verkrijgt men eene vergelijking tusschen de drie veranderlijke grootheden x, y en E, die, als E in functie van x en y bekend is, den vorm der gebogene lijn zal bepalen.

Om deze eindvergelijking te bekomen, heeft men echter moeten integreren, daar in de oorspronkelijke vergelijkingen dx, dy en dE voorkwamen; hierdoor zijn dus standvastige grootheden ingevoerd, waarvan de waarden moeten gezocht worden. Het nul stellen van het eerste deel der oorspronkelijke vergelijking, dat door het partiële integreren buiten het integraalteeken gebragt is, geeft hiertoe de noodige gegevens; tevens voert men in de vergelijkingen, die men hieruit verkrijgt, gemakkelijk de voorwaarden in, dat er aan de eindpunten der lijn bepaalde krachten werken. Indien men dan de zoo gevondene waarden voor de standvastige grootheden in de vergelijking tusschen x, y en E substitueert, bekomt men eene eindvergelijking, die alleen x, y, E en bekende grootheden bevat. De waarde van E moet hier dus nog uit geëlimineerd worden, als men eene vergelijking alleen tusschen x en y wil verkrijgen.

Deze grootheid E drukt, zoo als wij zagen, het moment van de kracht uit, waarmede de gebogene lijn haren oorspronkelijken vorm tracht te hernemen, of wel de reaktie door de buiging opgewekt. Om haar te bepalen, moet men weder op dezelfde wijze redeneren, als bij onze vorige beschouwingen aangaande de buiging van eene prismatische staaf, en ook dezelfde onderstellingen aangaande de homogeniteit enz. aannemen. Als men de aldus gevondene waarde voor E in de vorige vergelijking overbrengt, verkrijgt men, voor de vergelijking van eene lijn, gebogen onder de werking der drie bovengenoemde krachten, de volgende uitdrukking:

$$\frac{\delta v}{\lambda}\left\{\frac{1}{\varrho_{,}}-\frac{dx\,d^2y}{ds^3}\right\}=cy-c'x+c''-k\int dx\int\Delta\omega ds.$$

Hierin zijn δ, v en λ standvastige grootheden, die afhangen van den aard der stof en hare veerkracht, en van den vorm der doorsnede van de gebogene staaf; c, c' en c'' zijn insgelijks standvastige grootheden, die afhankelijk zijn van de krachten, aan het uiteinde der staaf werkende, en $\varrho_{\prime}$ is de kromtestraal aan een willekeurig punt van de lijn, vóór de buiging.

Na deze algemeene formule te hebben opgemaakt, brengt Bessel haar over op de lijnen, welke hij, in plaats van de staven en bogen, in den cirkel gesteld heeft. Deze zullen in het algemeen weinig verschillen van de regte lijn en den cirkelvorm; kleine afwijkingen, ten gevolge van spanningen, die, buiten de werking der zwaarte, in den cirkel kunnen bestaan, zijn echter mogelijk, en worden dan ook in rekening gebragt.

Passen wij nu in de eerste plaats de algemeene vergelijking toe op het geval, dat de lijn, vóór hare buiging, weinig van eene regte verschilt, dan zal men, zoo als ligt te begrijpen is, vereenvoudigingen kunnen invoeren, daar, ten opzigte van kleine grootheden der eerste orde, die van de tweede orde verwaarloosd mogen worden.

Als zulke kleine grootheden komen hierin voor: 1°. de verlenging van eene staaf van de eenheid van lengte, door de eenheid van kracht; 2°. het verschil tusschen de lengte der gebogene lijn en hare projectie op de raaklijn; 3°. de afstand van een punt der gebogene lijn tot de raaklijn, aan eene der uiteinden getrokken.

Indien men nu nog de grootte van de zamendrukking der stof, onder gegevene krachten, als bekend aanneemt, zal men, uit de vereenvoudigde vergelijking der gebogene lijn, de volgende grootheden kunnen bepalen: 1°. den hoek, welken de raaklijn, aan het laatste element der gebogene lijn, maakt met de raaklijn, die aan het beginpunt is getrokken (deze is vóór en na de buiging onveranderd aangenomen); 2°. den afstand van het laatste element tot die standvastige raaklijn; 3°. de

verandering, welke de afstand der eindpunten heeft onde gaan.

Op dezelfde wijze, als bij de regte lijn, zal men ook bij den ci kelboog vereenvoudigingen kunnen invoeren, en grootheden va hoogere orde, tegen die van lagere orde, kunnen verwaarlooze De kleine grootheden, die hierbij voorkomen, zijn: 1°. de hoel welken de raaklijnen, aan het overeenkomstige punt van de be schouwde lijn, vóór en na de buiging met elkander maken 2°. de verlenging van eene regte staaf, van de eenheid va lengte, voor de eenheid van kracht; 3°. het verschil tussche de afstanden van twee overeenkomstige punten der cirkelvor mige lijn, vóór en na de buiging, tot het middelpunt. Uit d vereenvoudigde vergelijking, en de bekende verhouding tus schen de grootte van de zamendrukking der stof en de kracht welke deze zamendrukking te weeg brengt, kan men dan wed de volgende grootheden afleiden: 1°. den hoek, tusschen raaklijn aan een element der kromme lijn en de loodlijn den voerstraal; 2°. de verandering, die de afstand van punt tot het middelpunt, door de buiging ondergaat; 3°. verlenging of verkorting van den beschouwden boog, na buiging.

Deze drie grootheden, welke men bij den cirkelboog bep kan, stemmen, zoo als men ziet, overeen met die, w bij de regte lijn voorkomen, en bij beiden heeft men de of anderen, die er op eene eenvoudige wijze van afhang aangemerkt als kleine grootheden van de eerste orde, waar de produkten en magten mogen verwaarloosd worden.

De gevondene uitkomsten worden nu overgebragt op verschillende regte lijnen en cirkelbogen, waaruit de cir volgens de voorstelling van Bessel, bestaat. Het zal daa echter noodig zijn, vooral de notatien op te geven, w Bessel gebruikt.



De cirkel had den hier voorgestelde vorm, en bevat vier soorten van lijnen: CB, BA, AA′ en BB′; elk van deze wordt op zich zelve beschouwd, en de voorwaarden, dat zij aan elkander zijn gehecht, liggen opgesloten in de vergelijkingen, welke uitdrukken, dat de krachten bij de ontmoetingspunten, in A en in B, met elkander in evenwigt zijn. De afstanden van A en B tot C, worden h en h' genoemd; de hoeken, welke de stralen CA, $C_1 A_1$, enz., met de as der x maken, zijn u, u_1 enz., terwijl de hoek, tusschen twee op elkander volgende stralen, θ is.

Voor de drie grootheden, vroeger voor eene regte lijn gevonden, gebruikt Bessel nu met betrekking tot BC, $B_1 C_1$ enz. de volgende notatien: 1°. de hoeken tusschen de raaklijnen, welke aan de laatste elementen bij B, B_1, B_2, enz. en die, welke aan de beginpunten bij C, C_1, C_2, enz. zijn getrokken, zijn $\lambda q'$, $\lambda q'_1$, $\lambda q'_2$, enz.; 2°. de afstanden van B, B_1, B_2, enz. tot de raaklijnen bij C, C_1, C_2 enz., zijn $\lambda h p'$, $\lambda h p'_1$, $\lambda h p'_2$, enz.; 3°. de veranderingen, in de afstanden van B, B_1, B_2 enz., tot het middelpunt, zijn $\lambda h' r$, $\lambda h r'_1$, $\lambda h r'_2$, enz. Dezelfde grootheden, met betrekking tot de lijnen AB, $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, enz. worden door dezelfde letters, doch zonder accenten, aangegeven.

Voor elken straal, heeft men derhalve 6 grootheden te bepalen: 3 voor het deel BC, 3 voor het deel AC, dus, als er m stralen zijn, 6 m in het geheel.

De geheele cirkel bevat $4\,m$ deelen, namelijk: $2\,m$ deelen van de stralen, m verbindingstaven en m cirkelbogen, tusschen twee opvolgende stralen.

In de vergelijking, die den vorm dier deelen na de buiging bepaalt, komen (zie pag. 16) drie standvastige grootheden, c, c' en c'' voor, die afhankelijk zijn van de krachten, welke de lijnen, aan de ontmoetingspunten, op elkander uitoefenen, en daar deze krachten ons onbekend zijn, moeten wij c, c' en c'' voor ieder der $4\,m$ deelen ook als onbekenden in rekening brengen. Dit zijn dus in het geheel $12\,m$ grootheden, welke, gevoegd bij de $6\,m$ onbekenden: $\lambda q'$, $\lambda h' p'$, $\lambda h' r'$, λq, $\lambda h p$, $\lambda h r$ enz., een getal van $18\,m$ grootheden opleveren, die uit hetzelfde aantal vergelijkingen zullen moeten opgelost worden.

In de eerste plaats zijn deze de vergelijkingen, waardoor de vroeger genoemde kleine veranderingen van elke lijn bepaald worden. Beschouwen wij b. v. de i^{de} straal, dan levert het stuk $C_i\,B_i$ 3 vergelijkingen op voor λr_i, $\lambda p'_i$ en $\lambda q'_i$; het stuk $B_i\,A_i$ eveneens 3 vergelijkingen voor $\lambda r_i - \lambda r'_i$, $\lambda p_i - \lambda p'_i$ en $\lambda q_i - \lambda q'_i$; de dwarsverbinding $B_i\,B_{i+1}$ geeft 3 vergelijkingen, waarin $\lambda r'_i$, $\lambda r'_{i+1}$, $\lambda p'_i$, $\lambda p'_{i+1}$, $\lambda q'_i$ en $\lambda q'_{i+1}$ voorkomen; eindelijk verschaft de cirkelboog $A_i\,A_{i+1}$ 3 vergelijkingen, tusschen λr_i, λr_{i+1}, λq_i, λq_{i+1}, λp_i en λp_{i+1}.

Dit over den geheelen cirkel uitstrekkende, heeft men reeds $12\,m$ vergelijkingen, er moeten dus nog $6\,m$ andere gevonden worden.

Deze verkrijgt men door de voorwaarden van het evenwigt, in de $2\,m$ punten A en B. In ieder van hen, moet de ontbondene volgens de as der x, die volgens de as der y en ook het moment ten opzigte van die punten 0 zijn; voor ieder punt, geeft dit aanleiding tot 3 vergelijkingen, dus in het geheel tot $6\,m$, juist zoo veel als nog noodig waren, om de $18\,m$ onbekenden te bepalen.

Wij kennen dus nu volledig de verplaatsingen van de punten

A en B, en hieruit kan, in verbinding met de bekende vormsverandering van een' cirkelboog, de invloed berekend worden, welken de buiging op de plaats van eene willekeurige deelstreep uitoefent.



Zij dan $A'_i A'_{i+1}$ de cirkelboog, tusschen twee stralen van den ongebogen cirkel, waarin zich de deelstreep P′ bevindt, en zij $A_i A_{i+1}$ en P ditzelfde na de buiging. De afstand van A_i tot de raaklijn $A'_i O$, is de grootheid, die $\lambda h p_i$ genoemd is, en daar $A'_i O = h$ is gesteld, zal $\angle A_i O A_{i+1} = \lambda p_i$ zijn.

De beschouwing van de vormsverandering van een' cirkelboog, leerde ons, onder 3°, het verschil bepalen in den afstand van P′ tot A'_i, vóór en na de buiging; wanneer dan $\angle A'_i O P' = \mu$ en $\angle A_i O P = w$ gesteld wordt, is hierdoor $w - \mu$ bekend, en:

$$\angle P' O P = \lambda p_i + w - \mu,$$

hetgeen de verandering is, die de buiging in den stand van de deelstreep te weeg brengt. Substitueert men dan hierin, voor λp_i en $w - \mu$, hunne waarden uit de 18 m vergelijkingen, dan wordt deze verandering, geheel in bekenden uitgedrukt.

De volledige oplossing der 18 m vergelijkingen is alleen dan mogelijk, wanneer de elasticiteitscoëfficiënten en de spanningen van al de deelen van den cirkel bekend zijn; deze oplossing is echter niet noodig, zoo men slechts den vorm der functie, waardoor $\angle P' O P$ wordt uitgedrukt, wil kennen.

De 18 m vergelijkingen bevatten geen tweede of hoogere magten, en ook geen onderlinge produkten der onbekende grootheden, en hunne coëfficiënten zijn eenvoudige constanten,

welke afhangen van den aard der stof en den vorm des cirkels.

De bekende termen, in deze vergelijkingen, bevatten alleen de eerste magten van Sin. u_i of Cos. u_i, waarin u_i de hoek is, welke de i^{de} straal met de as der x maakt; lost men dus de 18 m onbekenden op, dan worden zij allen voorgesteld door:

$$A \text{ Sin. } u_i + B \text{ Cos. } u_i + C.$$

In de uitdrukking voor de verplaatsing van de deelstreep: $\lambda p + w - \mu$, komen die onbekenden allen slechts tot de eerste magt voor, en ook zonder onderlinge produkten, en de coëfficiënten hangen alleen af van den hoek w, dien de deelstreep, met de naastliggende i^{de} straal maakt.

Deze verplaatsing wordt dus voorgesteld door:

$$f'(w) \text{ Sin. } u_i + f(w) \text{ Cos. } u_i + C, f''(w).$$

In plaats van u_i, kan hierin ook de hoek u worden ingevoerd, dien eene andere straal, b. v. de eerste, van welken men begonnen is, met de as der x maakt. Tusschen deze beide hoeken, bestaat de volgende betrekking: $u_i = u + i\,\theta$, en deze in de voorgaande formule gesubstitueerd, levert de volgende waarde voor de buiging op:

$$\{f'(w) \text{ Cos. } i\theta. - f(w) \text{ Sin. } i\theta\} \text{ Sin. } u$$
$$+ \{f(w) \text{ Cos. } i\theta + f'(w) \text{ Sin. } i\theta\} \text{ Cos. } u + C, f''(w).$$

Telt men ook den hoek w van dienzelfden eersten straal af, dan verandert w in $w + i\theta$, en, daar $i\theta$ eene standvastige grootheid is, zoo kan, als men van dien eersten straal (of eenigen anderen) uitgaat, voor den invloed der buiging op den stand van eene deelstreep, gesteld worden:

$$f'(w) \text{ Sin. } u + f(w) \text{ Cos. } u + C, f''(w),$$

waarin w voor dezelfde streep dezelfde waarde behoudt, welke ook de stand des cirkels zij, terwijl u alléén afhangt van den stand des cirkels, doch onafhankelijk is van de deelstreep, welke men beschouwt.

De grootheid C, bevat den hoek u niet; C, $f''(w)$ heeft dus voor elke deelstreep eene standvastige waarde, en zal, als

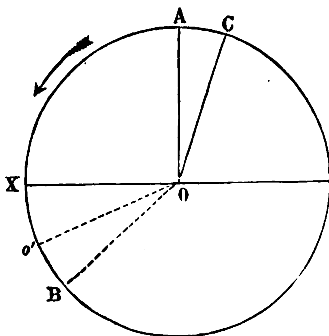
standvastige fout, in de bepaling der verdeelingsfouten worden opgenomen, zoodat voor het veranderlijke deel der buiging, de beide termen:

$$f'(w) \text{ Sin. } u + f(w) \text{ Cos. } u$$

overig blijven.

Bij de berekening van deze formule, heeft Bessel verschillende onderstellingen aangenomen, voornamelijk bij de bepaling van E; deze zijn dezelfde als die, welke ons tot den term a Sin. z, bij de buiging van eene staaf, hebben geleid. Hoewel de homogeniteit, voor ieder deel des cirkels op zich zelf, is aangenomen, heeft Bessel toch ondersteld, dat de elasticiteit en de spanningen van de verschillende deelen ook verschillend kunnen zijn, eene onderstelling gelijk staande met die, welke tot den term A Cos. z, bij de staaf, aanleiding heeft gegeven. De formule a Sin. z + A Cos. z, voor de staaf, en $f'(w)$ Sin. $u + f(w)$ Cos. u, voor den cirkel, zullen dus omtrent even na aan de waarheid komen.

Uit de formule, voor de fout, door de buiging in den stand van eene deelstreep teweeggebragt, kan gemakkelijk de fout worden bepaald, die de buiging veroorzaakt, in het gemiddelde van de aflezingen met 4 mikroskopen, die op afstanden van 90° van elkander verwijderd zijn. Daar dit het meest voorkomende geval is, willen wij, in navolging van Bessel, de formule daarvoor kortelijk ontwikkelen.



In B zij een mikroskoop, geplaatst op een' zenithsafstand A B gelijk m, en zij de rigting, waarin wij de hoeken tellen, die, waarin de verdeeling voortgaat, aangewezen door het pijltje. Laat verder de cirkel zoo gesteld zijn, dat bij de rigting van den kijker naar het zenith, $o^{\circ}\ o'\ o''$ zich onder het mikroskoop bevindt, dan zal, als de kijker den stand OC heeft, zoodat $\angle$ A O C gelijk z° is, de deelstreep van z° onder mikroskoop B liggen, en de straal van $o^{\circ}\ o'\ o''$, dien wij als den vasten radius, van waar u en w geteld worden, kunnen aanmerken, met de horizontale as der x een' hoek XOo° zal maken, zoodat:

$$\angle XOo^{\circ} = \angle AOo^{\circ} - 90^{\circ} = m - z - 90^{\circ}.$$

Deze hoek is die, welken wij vroeger u hebben genoemd, terwijl de hoek w, tusschen het beschouwde deelpunt en den vasten straal, gelijk z is. De formule wordt dan:

$$f(z)\ \text{Cos.}\ (m - z - 90) + f'(z)\ \text{Sin.}\ (m - z - 90),$$

of:

$$f(z)\ \text{Sin.}\ (m - z) - f'(z)\ \text{Cos.}\ (m - z).$$

Voor een ander mikroskoop, op den zenithsafstand m', gaat $\angle$ B O o° over in $z + m' - m$, en dus de formule in:

$$f(z + m' - m)\ \text{Sin.}\ (m - z) - f'(z + m' - m)\ \text{Cos.}\ (m - z).$$

Voor elk mikroskoop verschillen dus alleen de coëfficiënten der Sinus- en Cosinus-termen, terwijl de Sinus en Cosinus zelve hunne waarden behouden. De fout in het gemiddelde van de aflezingen met vier mikroskopen, op zenithsafstanden m, $m + 90$, $m + 180$ en $m + 270$, wordt voorgesteld door:

$$\tfrac{1}{4}\{f(z) + f(z + 90) + f(z + 180) + f(z + 270)\}\ \text{Sin.}\ (m - z)$$
$$-\tfrac{1}{4}\{f'(z) + f'(z + 90) + f'(z + 180) + f'(z + 270)\}\ \text{Cos.}\ (m - z),$$

of stellende:

$$\tfrac{1}{4}\{f(z) + f(z + 90) + f(z + 180) + f(z + 270)\} = \psi(z),$$

en

$$\tfrac{1}{4}\{f'(z) + f'(z + 90) + f'(z + 180) + f'(z + 270)\} = \psi'(z),$$

dan wordt zij:

$$\psi(z)\ \text{Sin.}\ (m - z) - \psi'(z)\ \text{Cos.}\ (m - z).$$

De grootheden $\psi(z)$ en $\psi'(z)$ veranderen zich hierin niet, als men z met 90°, of een veelvoud hiervan, laat toenemen.

Indien de elasticiteit en de spanningen van al de deelen van den cirkel dezelfde zijn, en het aantal spaken n is, zal de cirkel, wat zijne buiging aangaat, telkens in denzelfden toestand komen, als men hem $\frac{360°}{n}$, of een veelvoud daarvan, draait. De buiging zou, in dit geval, voorgesteld kunnen worden door eene periodieke functie, die bij eene vermeerdering der veranderlijke grootheid met $\frac{360°}{n}$ telkens tot haar vorig bedrag terugkeert. De buiging zou dan begrepen zijn in de formule:

$$\alpha \text{ Sin. } n z + \beta \text{ Sin. } 2 n z + \gamma \text{ Sin. } 3 n z + \ldots \text{ enz.}$$
$$+ A \text{ Cos. } n z + B \text{ Cos. } 2 n z + \Gamma \text{ Cos. } 3 n z + \ldots \text{ enz..}$$

Deze homogeniteit zal echter hoogst waarschijnlijk niet bestaan, zoodat wij altijd de meer algemeene formule:

$$\psi(z) \text{ Sin. } (m - z) - \psi'(z) \text{ Cos. } (m - z)$$

zullen gebruiken.

De hoogtemeting van een hemellicht is aangedaan met de fouten, door de buiging van den kijker en die van den cirkel te weeg gebragt; het gezamentlijke bedrag hiervan, is dus:

$$a \text{ Sin. } z + A \text{ Cos. } z + \psi(z) \text{ Sin. } (m - z) - \psi'(z) \text{ Cos. } (m - z).$$

Ontwikkelen wij Sin. $(m - z)$ en Cos $(m - z)$, dan kunnen wij deze formule ook schrijven:

$$a \text{ Sin. } z + A \text{ Cos. } z + \chi(z) \text{ Sin. } z + \chi'(z) \text{ Cos. } z.$$

Deze termen zullen zekerlijk de grootste rol vervullen in de functie, welke de fout van de buiging uitdrukt, doch, zoo als wij reeds bij de behandeling van den kijker gezien hebben, is er alle reden om aan te nemen, dat er nog andere termen in voor zullen komen.

Zoo men in staat was $\chi(z)$ en $\chi'(z)$ in eene reeks, volgens de Sinussen en Cosinussen van z, te ontwikkelen, zouden ook hunne produkten, met Sin. z en Cos. z, onder den vorm

van eene diergelijke reeks kunnen gebragt worden. Al termen in de formule opgesloten, en ook die, welke wij d onze gebrekkige theorie hebben verwaarloosd, zullen dus b grepen zijn in de algemeene periodieke functie:

$$a \text{ Sin. } z + b \text{ Sin. } 2z + c \text{ Sin. } 3z + \text{enz.} \ldots.$$
$$+ A \text{ Cos. } z + B \text{ Cos. } z + C \text{ Cos. } 3z + \text{enz.}$$

Zoo men aanneemt dat de buiging alleen van z afhangt, e eene «fonction continue» is, had men haar dadelijk door de formule kunnen voorstellen. Ik heb echter gemeend eerst t moeten aantoonen, wat er de belangrijkste termen in zijn, o daar later, meer bijzonder, de aandacht op te vestigen.

§ 2.

Vóór dat wij van de gevondene uitkomsten gebruik make om te onderzoeken, hoe men de fouten van de buiging k elimineren of bepalen, willen wij nog enkele oorzaken nagaa welke de buiging kunnen wijzigen, en waarvan men somtij den invloed bespeurd heeft.

Toen Secchi zijne later te vermelden proeven deed, om buiging van den Meridiaan-cirkel te *Rome* te bepalen [1]), n hij waar, dat, als de kijker met gesloten luiken op een' col mator gerigt werd, hij, na het openen van de luiken, van z stand afweek, somtijds tot 2″; nadat hij echter eenigen t onder den invloed van die geopende luiken verkeerd h keerde hij tot zijn' oorspronkelijken stand terug.

Bij lage temperaturen heb ik ditzelfde ook enkele ma te Leyden waargenomen, wanneer het Nadir bepaald we als de luiken niet lang geopend waren geweest. Na (z) kijker op het Nadirpunt gesteld was, zag men dan dat hij, na verloop van eenige minuten, enkele secur $\psi'(z)$

1) Memorie del nuovo Osservatorio del Collegio Romano. Anno 1852—18

zijn' vorigen stand was afgeweken, rigtte men dan echter den kijker op nieuw, dan bespeurde men gewoonlijk geene veranderingen meer.

Ongelijke uitzetting van de deelen des kijkers, door de instroomende koude lucht, of, hetgeen minder waarschijnlijk is, eene verandering in de refractie in of bij den kijker, kan de oorzaak van dit verschijnsel geweest zijn. Het beste middel, om het te voorkomen, zal zijn, dat men de waarnemingen verrigt, bij eene zoo veel mogelijk gelijke temperatuur binnen als buiten. Niet altijd echter kan dit geschieden, en door het verschillend uitstralingsvermogen van de deelen van het instrument, zullen hierbij toch steeds temperatuurs-verschillen blijven bestaan. Deze kunnen dan verminderd worden, door den kijker met een slecht geleidend hulsel te omkleeden.

De veranderingen in de temperatuur kunnen, ook al zijn zij niet verschillend voor de onderscheidene deelen van het instrument, zoo als wij zoo even aannamen, evenwel een' nadeeligen invloed uitoefenen. Vooreerst verandert hierdoor de elasticiteit van het metaal en dus ook de buiging. Dit is echter in te geringe mate het geval, om bij de waarnemingen hinderlijk te zijn; want, volgens de proeven van Kupffer[1]), neemt de elasticiteits-coëfficiënt van geel koper, voor 1° temperatuur-verschil, ongeveer 0,0005 van haar bedrag toe of af; dit zal men dus bij de waarnemingen met den Meridiaancirkel niet bemerken.

Nog op eene andere wijze, kan eene rijzing of daling van de temperatuur van het instrument, nadeelig op zijne buiging werken. Door de uitzetting of inkrimping, worden namelijk de verschillende deelen meer of minder sterk tegen elkander geperst, hetgeen spanningen doet ontstaan, welke de buiging kunnen veranderen.

---

1) Recherches expérimentales sur l'Elasticité des métaux, pag. 327.

Bij den vertikaalcirkel van Ertel op den Pulkowa, heeft Peters, uit de zeer naauwkeurige waarnemingen ter bepaling van de parallaxis van eenige vaste sterren[1]), ook den invloed van de temperatuur op de buiging bepaald; hij vond dat dien invloed daar onmerkbaar was. Bij instrumenten, die anders gebouwd zijn, is het echter mogelijk, dat de temperatuurs-verschillen eene zeer merkbare verandering in de buiging zullen teweegbrengen. Het best zal men dit onderzoeken, door bepalingen van de buiging in den horizontalen stand, op de wijze, die wij in Hoofdstuk III zullen bespreken, bij zeer verschillende temperaturen te verrigten.

In de reeds genoemde Memorie van Secchi, vermeldt hij nog een ander vreemd verschijnsel, hetgeen hij, bij zijne onderzoekingen omtrent de buiging, had opgemerkt. Hij zag dat, als de kijker in den horizontalen stand gebragt was, en de kruisdraden hun beeld in een' spiegel voor het objectief dekten, zij na eenigen tijd daarvan ongeveer 2″ waren afgeweken. Hij verklaart dit door aan te nemen, dat de kijker niet oogenblikkelijk den vorm aanneemt, welke overeenstemt met de krachten, die er op werken, maar eerst langzamerhand in dien evenwigtstoestand geraakt. De buiging zou dus niet alleen afhankelijk zijn van den stand, dien het instrument op het oogenblik heeft, maar ook van dien, welken het vroeger had, en van den tijd, sedert die verandering in stand verloopen. Om de juistheid zijner meening te onderzoeken, bepaalde Secchi de buiging van den kijker, nadat hij een' geruimen tijd in den horizontalen stand, met het objectief naar het Zuiden, had gestaan, draaide vervolgens den kijker 180°, zoodat het objectief naar het Noorden was gerigt, en volbragt na eenigen tijd eene nieuwe reeks waarnemingen omtrent de buiging. De uitkomsten uit beide reeksen verschilden van

1) Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes. Recueil de mémoires des astronomes de l'Observatoire central de Russie. Vol. I, pag. 147.

elkander, en wel op eene wijze, die in overeenstemming was met de gegevene verklaring. Het is mogelijk dat de oorzaak van die verschijnsels in den hulptoestel moeten gezocht worden; waarschijnlijk is dit echter niet, daar dezelfde waarden voor de buiging verkregen werden, nadat de veeren en schroeven van den hulptoestel veranderd en sterker vastgeklemd waren.

Zoo ver mij bekend is, zijn er geene dergelijke waarnemingen met eenig ander astronomisch instrument verrigt, doch welligt kan het hier vermelde verschijnsel in verband gebragt worden met een ander, dat door W. Thomson ontdekt is [1]).

Een koperdraad werd door eene kracht, welke steeds toenam, gespannen, en de verlenging bij iedere vermeerdering dier kracht bepaald; daarna werd, door de kracht voortdurend te laten afnemen, de spanning al meer en meer verminderd, en ook nu werden telkens de verlengingen zorgvuldig gemeten. Het bleek dan, dat deze, zoo de spannende krachten in beide gevallen dezelfde waren, grooter waren indien men de spanning verminderd had, dan wanneer men deze had vermeerderd, alsof er eene wrijving in het inwendige bestond, die de verlenging of verkorting tegenhield. Een ligchaam, b. v. de kijker van den Meridiaancirkel, zal dus, als het eenigen tijd in denzelfden toestand heeft verkeerd, een' zekeren vorm hebben aangenomen, die door die wrijving min of meer blijvend is, en welken het ligchaam nog eenigen tijd zal behouden, nadat het in een' anderen stand gebragt is.

---

1) Rankine. Manual of applied Mechanics. Second edition, pag. 387.

HOOFDSTUK II.

VERSCHILLENDE HANDELWIJZEN, OM DEN INVLOED DER BUIGING BIJ DE WAARNEMINGEN VAN HEMEL-LIGHTEN TE ELIMINEREN, EN DIEN UIT DE WAARNEMINGEN AF TE LEIDEN.

---

§ 1.

De grootere naauwkeurigheid van de sterrekundige waa mingen, welke in de laatste halve eeuw volbragt zijn, b de vroegere, moet, behalve in de meerdere voortreffelijkheid werktuigen, voornamelijk gezocht worden in de toepas van het beginsel, door Bessel ingevoerd, om elk instru met groote zorg te onderzoeken, en zoo de standvastige ten op te sporen en te bepalen, die men bij het gebruik, van de meest volkomene werktuigen, te vreezen heeft. naauwkeurigheid, waarmede de sterrekundige zijne wa mingen kan en moet verrigten, overtreft namelijk die, de kunstenaar kan bereiken.

Hoeveel vernuft en zorg deze ook aangewend hebbe, mer mogen de onderzoekingen omtrent de standvastige f worden verzuimd, daar dan, zoo als meermalen geh is, de waarnemingen met de kostbaarste instrumenten kunnen opleveren, minder naauwkeurig dan die, welke kregen waren met minder goede hulpmiddelen, doch die sulleggen aan een streng onderzoek onde' 'aren ge'

Onder de bronnen van deze standvastige fouten bij de hoogtemetingen, spelen de buigingen van cirkel en kijker eene hoofdrol; en zijn de onderzoekingen hieromtrent zeer belangrijk, indien men een' hoogen graad van naauwkeurigheid wil bereiken, zoo behooren zij zeker wel tot de moeijelijkste, welke de sterrekundige te verrigten heeft.

Op verschillende wijzen, heeft men de genoemde buigingen zoo gering mogelijk trachten te maken. Voor wij de handelwijzen nagaan, om den invloed er van te elimineren en te bepalen, zullen wij dus eerst de inrigtingen beschouwen, welke zijn aangewend, om ze te verminderen, of, zoo mogelijk, op te heffen.

Bij den kijker komt, in de eerste plaats, zijne dubbel kegelvormige gedaante in aanmerking, daar hij hierdoor, bij een bepaald gewigt, den grootst mogelijken weêrstand tegen deze buiging bieden kan. Het moment der uitwendige kracht, die de buiging te weeg brengt, neemt toe voor punten, die digter bij het bevestigingspunt gelegen zijn. Dáár ter plaatse, moet dus de weêrstand grooter zijn, dan digt bij het aangrijpingspunt der kracht, en dit wordt dan ook verkregen door de grootere middellijn, die de kegelvormige buis van den kijker dáár bezit.

Het eerste middel dat men heeft aangewend, om de dan nog overblijvende buiging op te heffen, bestond in de zoogenaamde buigingstangen, die men bij de Meridiaancirkels van Reichenbach aantrof. Het waren twee ongelijkarmige hefboomen, waarvan de draaipunten zich aan den kubus bevonden, terwijl de uiteinden van de langste armen, van onderen tegen de oculair- en objectief-helft gedrukt werden, door gewigten, die aan de korte armen waren vastgehecht. Door deze opwaartsche drukking, werd de buiging van de beide deelen der buis verminderd.

Men heeft deze inrigting later op goede gronden verworpen.

Het zijn namelijk niet de absolute buigingen van de twee helften des kijkers, die de fouten in de metingen te weeg brengen, maar het verschil van beiden, en dit kan, bij eene vermindering van elke afzonderlijk, toch altijd even groot blijven, of welligt nog grooter worden. Men bevordert door deze stangen ook zeer de asymmetrie van het instrument, waardoor de term, met den Cosinus van den zeniths-afstand, eene grootere waarde zal verkrijgen, en andere anomaliën in de buigingsverschijnselen zullen worden teweeggebragt, waarvan men, bij een' symmetrieken bouw, bevrijd is.

De buigingstangen worden dus, bij de Meridiaan- of Vertikaal-cirkels, tegenwoordig niet meer aangebragt, en men vindt ze alleen bij de grootere kijkers, welke niet voor absolute plaatsbepalingen dienen, b. v. bij dien op den Pulkowa van Merz en Mahler. Deze heeft de aanzienlijke lengte van ongeveer 23 voet, waardoor, zonder de buigingstangen, de verplaatsingen van objectief en oculair, bij de verschillende standen des kijkers, vrij groot zouden worden, hetgeen eene mindere zuiverheid in de beelden ten gevolge zou hebben.

Een ander zeer vernuftig middel, om de buiging der kijkerbuis geheel onschadelijk te maken, eenvoudiglijk door geene buis te gebruiken, is door den beroemden Franschen instrumentmaker Porrò bedacht. Hij heeft de inrigting er van medegedeeld aan de Académie des Sciences te *Parijs*, en men vindt haar beschreven, in verschillende stukken der Comptes Rendus van 1853 en 1854.

Het beginsel, waarvan hij is uitgegaan, is het volgende [1]. Bij de vervaardiging van een objectief uit twee lenzen, moet men, om het achromatisch te maken, aan eene vergelijking voldoen, welke de kromtestralen der oppervlakken niet in zich bevat. De voorwaarde, waaraan voldaan moet worden, om de

---

1) Comptes rendus. Tome 37, pag 752 et 852.

spherische aberratie, voor oneindig ver verwijderde ligchamen, op te heffen, is begrepen in eene vergelijking van den tweeden graad, tusschen de kromtestralen der oppervlakken. Aan deze voorwaarden kan dus, op verschillende wijzen, voldaan worden.

Porro stelt voor een objectief te vervaardigen, waarbij de genoemde eischen vervuld worden, terwijl de straal van het oppervlak, dat naar het oculair gekeerd is, gelijk is aan den brandpuntsafstand van het geheele objectief. Een voorwerp, in het brandpunt geplaatst, zal dan door die holle vlakte, welke als spiegel dienst doet, weêr in het brandpunt worden teruggekaatst. Men bevestige nu zulk een objectief onmiddellijk, zonder buis, aan den verdeelden cirkel, b. v. daar ter plaatse, waar men anders den kubus vindt, zoodat men dan geene verplaatsingen van die lens, ten opzigte van den cirkel, te vreezen heeft. Wanneer nu het oculair zoo geplaatst wordt, dat het beeld van het kruispunt der draden, gevormd door terugkaatsing op het oppervlak van de eene objectieflens, juist met dit kruispunt zamenvalt, dan ligt het dradennet in de optische as van dien hollen spiegel. Door de goede bevestiging van objectief en cirkel, zal die optische as en de daarin liggende kruisdraden, met betrekking tot dien cirkel, dan ook een' onveranderlijken stand hebben.

De hoogtemetingen, met een, naar dit beginsel ingerigt, werktuig, geschieden op de volgende wijze.

Het objectief, met de daarmede verbondene cirkels, wordt, zoo naauwkeurig mogelijk, in dien stand gebragt, dat de optische as van de holle spiegelende oppervlakte der lens, naar het voorwerp is gerigt, dat men wil waarnemen. Het oculair wordt nu, afzonderlijk, zoo veel verplaatst, dat het dradennet zich in die optische as bevindt, hetgeen men zien zal, aan het zamenvallen der kruisdraden met hun gereflecteerd beeld. De zoo gevormde kijker zal dan, op weinig na, op het voorwerp

gerigt zijn, en, door eene fijne beweging van objectief en oculair, kan dan de instelling naauwkeuriger volbragt worden. Men moet echter altijd zorgen, dat de kruisdraden hun gereflecteerd beeld blijven dekken, daar dit het bewijs is, dat zij den juisten stand hebben. Heeft er nog eene kleine afwijking plaats, dan kan deze, door eene mikrometer-schroef met een' beweeglijken draad, gemeten worden, en als verbetering, voor eene fout in den stand van het dradennet, worden aangebragt.

Tegen de juistheid van deze handelwijze kunnen, naar ik meen, geene theoretische bedenkingen worden in het midden gebragt; bij de uitvoering, heeft men echter welligt met een bezwaar te kampen, waarover de ondervinding alleen uitspraak kan doen. De bevestiging van objectief en cirkel kan namelijk wel zóó zijn, dat men geene merkbare lineaire verplaatsing van deze deelen, ten opzigte van elkander, te vreezen heeft, doch het is moeijelijker, haar zoodanig te maken, dat er geene verandering in de helling van het objectief plaats vinde, welke verandering, daar de eene vlakte der lens als spiegel dienst doet, eene fout in den stand van het dradennet zou teweegbrengen. Metingen van denzelfden hoek op verschillende wijzen, zoo als men door de directe- en reflexie-waarnemingen en door het omleggen van het instrnment verkrijgen kan, zullen hierover kunnen doen beslissen. Blijkt het dan, dat men deze fout niet te vreezen heeft, zoo zal men, met veel vrucht, van de op deze wijze ingerigte instrumenten gebruik kunnen maken, daar, behalve de invloed van de buiging, ook nog die van de refractie, welke in de buizen van de gewone kijkers kan plaats vinden, wordt opgeheven.

Faije, die op deze laatste bron van fouten het eerst de aandacht heeft gevestigd [1]), wilde haar verwijderen, of, door de buis van den kijker zamen te stellen uit staven, met tusschen-

---

1) Comptes rendus. Tome 30, pag. 117. Tome 31, pag. 401, 635 et 757.

ruimten, waardoor de lucht vrijelijk kan stroomen, of, door haar hermetisch te sluiten en luchtledig te maken. Het geheel afwezig zijn van eene buis, zoo als bij de inrigting van Porro, is echter nog boven deze beide hulpmiddelen te verkiezen.

De mogelijkheid van de vervaardiging van een objectief, volgens het denkbeeld van Porro, heeft deze bewezen door er een, met een' brandpuntsafstand van 1,15 meter en eene vrije opening van 0,12 meter, in de Académie des Sciences over te leggen [1]). Van proeven, die er mede genomen zijn, vindt men echter niets vermeld; alleen zegt Porro, dat de middelen, die hij gebruikte, om de gereflecteerde draden zigtbaar te maken, niets te wenschen overig lieten [2]).

De buiging van den cirkel blijft hierbij bestaan, daar deze echter, door bijzondere inrigtingen, welligt grootendeels te verminderen, of te elimineren is, geloof ik, dat het niet onbelangrijk zou zijn, met een' Meridiaan-cirkel, volgens het denkbeeld van Porro vervaardigd, waarnemingen te verrigten; hoogst waarschijnlijk, zullen dan veel vreemde anomaliën, tusschen de hoogtemetingen, verdwijnen. Ook voor de bepalingen van de Regte-Opklimmingen der hemellichten, levert deze inrigting voordeelen op, daar men er onmiddellijk de collimatie-fout door kan bepalen, of wel elimineren [3]).

Even als bij de zamenstelling van kijkers, heeft men er zich ook, bij de vervaardiging der verdeelde cirkels, op toegelegd, de regelmatige vormsveranderingen, door de werking der zwaarte, zoo veel mogelijk op te heffen.

De cirkel moet daartoe vooral homogeen zijn, hetgeen, bij het gieten, verschillende voorzorgen noodig maakt. Is hij uit aan elkander gevoegde sectoren gevormd, dan moet men bij

---

1) Comptes rendus. Tome 39, pag. 680.
2) Comptes rendus. Tome 38, pag. 768.
3) Comptes rendus. Tome 38, pag. 768.

die verbindingen ook, zoo veel men kan, schadelijke spanningen vermijden.

Dat bij cirkels, welke in één stuk gegoten zijn, ook somtijds sterke spanningen kunnen voorkomen, bewijst het volgende voorval in de werkplaats van Brunner. Men zag daar, dat eene der spaken van een' oogenschijnlijk goed gegoten cirkel, plotseling van den rand afsprong, toen er een' stoot aan werd gegeven, terwijl later al de overige spaken, nadat zij gedeeltelijk waren doorgezaagd, zich insgelijks met geweld van den cirkelrand losrukten.

Deze spanningen, welke men zeker nooit geheel kan vermijden, zullen zeer nadeelig werken op de regelmatige vormsveranderingen van den cirkel, hetzij deze worden veroorzaakt door de zwaarte, of door veranderingen in de temperatuur, of wel door eene wijziging in het aanklemmen des cirkels. Bij groote cirkels zullen zij aanzienlijker zijn dan bij kleine, en, uit dit oogpunt, zouden dus deze laatsten de voorkeur verdienen.

Bij de nieuwe inrigting van den Meridiaan-cirkel, volgens Steinheil [1]), heeft deze de vervormingen van den cirkel trachten te verminderen, door een' kleinen glazen cirkel te gebruiken, welke uit eene geheel volle schijf bestaat, waarop de deelstrepen uiterst fijn gekrast zijn. Deze cirkel kan, door zijne geringe grootte, vrij homogeen zijn, terwijl daarenboven de geheel massive glazen schijf, bij een betrekkelijk niet groot gewigt, een' zeer grooten weêrstand tegen de vervormingen biedt.

Hoe men evenwel ook de buigingen van kijker en cirkel vermindert, het zal toch altijd noodig zijn, dat men de nog overig blijvende kleine fouten, die zij veroorzaken, door eene behoorlijke inrigting der waarnemingen, tracht te verwijderen.

---

1) Astron. Nachrichten. Band 29. Seite 177.

Tot het elimineren van fouten, welke zij ook wezen mogen, moet men altijd de grootheid, die men er van bevrijden wil, op verschillende wijzen bepalen, en dan die bepalingen bij elkander voegen, welke even sterk maar in tegengestelden zin door die fouten zijn aangedaan, opdat deze uit het gemiddelde verdwijnen. Dit geldt ook van de fouten, door de buiging, in de bepaling van de hoogte eener ster, teweeggebragt. In de eerste plaats, dienen wij dus de verschillende wijzen na te gaan, waarop die hoogte kan bepaald worden.

Het meest in gebruik zijn de directe waarnemingen, waarbij de kijker gerigt wordt op de ster en daarna op een vast punt, b. v. het Nadir- of Horizon-punt, om zoo den hoek, tusschen die beiden, te meten. Vervolgens noemen wij de reflexie-waarnemingen, waarbij de afstand van het beeld der ster, teruggekaatst op eene spiegelende oppervlakte, hetzij van water of olie, hetzij, zoo als nu algemeen gebruikt wordt, van kwikzilver, tot een der genoemde vaste punten bepaald wordt. Deze beide afzonderlijke waarnemingen kunnen ook vereenigd worden, door eenvoudig den afstand te meten, van de ster tot haar teruggekaatst beeld; die hoek is dan gelijk aan de dubbele hoogte der ster.

Bij de meeste Meridiaan-cirkels van den tegenwoordigen tijd, kan men deze zelfde waarnemingen ook verrigten, nadat het instrument is omgelegd, zoodat men dan, op vier verschillende wijzen, dezelfde grootheid bepaald heeft.

Bij enkele instrumenten zijn de waarnemingen op nog andere wijzen mogelijk, namelijk door de verwisseling van objectief en oculair, waarvan het denkbeeld, volgens Hansen, afkomstig is van den ouderen Repsold, die er hem in 1823 of 1824 over gesproken zou hebben.

Het beginsel is hoogst eenvoudig. Objectief en oculair zijn in identieke ringen gevat, en kunnen naar willekeur aan het eene of andere einde der buis worden bevestigd. De vier ver-

schillende waarnemingen van de hoogte van een voorwerp, kunnen dan, in beide standen van objectief en oculair, volbragt worden, zoodat in het geheel, op acht verschillende wijzen, dezelfde hoogte kan gemeten worden.

Om te beoordeelen, welke waarnemingen met elkander moeten verbonden worden, om de fouten van de buiging te elimineren, is het noodig na te gaan, welken invloed deze op de uitkomsten uitoefenen, volgens de beschouwingen en formulen uit het Iste Hoofdstuk.

Eerst moet dan bepaald worden, hoe de zeniths-afstand, welke in die formulen voorkomt, zal gerekend worden. Wij zullen dit niet doen, ten opzigte van vaste punten aan den hemel, maar ten opzigte van de vaste deelen van het instrument, daar door den stand van kijker en cirkel, met betrekking tot die deelen, juist de buiging wordt bepaald.

Het best geschiedt dit, door de zeniths-afstanden te rekenen, in de rigting, volgens welke de kijker moet bewogen worden, om toenemende aflezingen te verkrijgen. In de beide standen van het instrument (Cirkel-Oost en Cirkel-West), moet dan de aflezing geschieden, door twee mikroskopen, die, op dezelfde wijze, ten opzigte van het instrument, geplaatst zijn. Bevindt zich, b. v. aan den oostelijken pijler, het aflezings-mikroskoop op een' zeniths-afstand a naar het Zuiden, dan zal het aan den westelijken pijler, op denzelfden zeniths-afstand, naar het Noorden gerekend, geplaatst moeten zijn.

Nemen wij aan, dat de aflezingen bij het nadir, o°, bij het zenith, 180°, en bij een' zeniths-afstand van $z°$, a is, dan is altijd

$$z = a - 180° \text{ en } a = z + 180°.$$

Zij dan $z_{,}$, de zeniths-afstand, op de voorschrevene wijze gerekend, bij den stand van het instrument, als de cirkel naar het Oosten is gekeerd, en $a_{,}$, de daarbij behoorende aflezing; stellen wij verder den zeniths-afstand en de aflezing, bij de reflexie-waarnemingen, bij C. O. en bij de directe- en reflexie-

waarnemingen bij C. W. $z_{,}'$ en $a_{,}'$, $z_{,}''$ en $a_{,}''$, en $z_{,}'''$ en $a_{,}'''$, dan is:

I.

C. O. D. $a_{,} = z_{,} + 180°$, $z_{,} = a_{,} - 180°$.
C. O. R. $a_{,}' = a_{,} + 180° - 2\ z_{,}$, $z_{,}' = a_{,} - 2\ z_{,}$.
C. W. D. $a_{,}'' = a_{,} - 2\ z_{,}$, $z_{,}'' = a_{,} - 2\ z_{,} - 180°$.
C. W. R. $a_{,}''' = a_{,} + 180°$, $z_{,}''' = a_{,}$.

Wanneer het instrument is ingerigt op de verwisseling van objectief en oculair, zullen wij den stand van den Meridiaancirkel, waarbij de voorgaande zeniths-afstanden zijn gemeten, I noemen en na de verwisseling, als de aflezingen en zenithsafstanden $a_{,,}$, $a_{,,}'$, $a_{,,}''$, $a''_{,,}$, $z_{,,}$, $z_{,,}'$, $z_{,,}''$, en $z'''_{,,}$ zijn, zullen wij dien stand door II onderscheiden. Men heeft dan:

II.

C. O. D. $a_{,,} = a_{,} + 180°$, $z_{,,} = a_{,}$.
C. O. R. $a_{,,}' = a_{,} - 2\ z_{,}$, $z_{,,}' = a_{,} - 2\ z_{,} - 180°$.
C. W. D. $a_{,,}'' = a_{,} + 180° - 2\ z_{,}$, $z_{,,}'' = a_{,} - 2\ z_{,}$.
C. W. R. $a_{,,}''' = a_{,}$, $z_{,,}''' = a_{,} - 180°$.

Stellen wij de fout van de buiging, voor een' zenithsafstand z, gelijk $f(z)$, en de verdeelingsfout, bij eene aflezing a, gelijk $\varphi(a)$, dan is de verbetering, voor deze beide fouten aan de waarnemingen toe te voegen:

I.

C. O. D. $f(a_{,} - 180) + \varphi(a_{,})$.
C. O. R. $f(a_{,} - 2z_{,}) + \varphi(a_{,} + 180 - 2z_{,}) = f(360 - a_{,}) + \varphi(180 - a_{,})$.
C. W. D. $f(a_{,} - 2z_{,} - 180) + \varphi(a_{,} - 2z_{,}) = f(180 - a_{,}) + \varphi(360 - a_{,})$.
C. W. R. $f(a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180)$.

II.

C. O. D. $f(a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180)$.
C. O. R. $f(a_{,} - 2z_{,} - 180) + \varphi(a_{,} - 2z_{,}) = f(180 - a_{,}) + \varphi(360 - a_{,})$.

C.W.D. $f(a_,-2z_,)+\varphi(a_,+180-2z_,)=f(360-a_,)+\varphi(180-a_,)$.
C.W.R. $f(a_,-180)+\varphi(a_,)$.

Bij de Nadir-bepalingen is die correctie:

	I.		II.
C.O.	$f(180)$.	C.O.	$f(0)$.
C.W.	$f(180)$.	C.W.	$f(0)$.

Bij de bepaling van een Horizonpunt, door twee collimatoren, is de fout in het gemiddelde:

	I.	II.
C.O.	$\frac{1}{2}\{f(90)+f(270)\}$.	$\frac{1}{2}\{f(90)+(270)\}$.
C.W.	$\frac{1}{2}\{f(90)+f(270)\}$.	$\frac{1}{2}\{f(90)+f(270)\}$.

De verdeelingsfout van 0° is hierin 0 gesteld, terwijl bij vier mikroskopen, $\varphi(a)=\varphi(a\pm 90)=\varphi(a\pm 180)=\varphi(a\pm 270)$ is.

Hieruit kunnen wij nu opmaken, welke de zenithsafstanden zijn, als men die, volgens de verschillende in gebruik zijnde methoden, bepaalt, na verbetering voor de fouten van buiging en verdeeling.

I.

1°. De bepaling van den zenithsafstand, door den kijker op de ster te rigten bij C.O. en C.W., zoo als bij de Vertikaalcirkels, en soms bij de Meridaancirkels. (Bessel, Argelander.)

Men heeft dan:

$$2z=a_,+f(a_,-180)+\varphi(a_,)-a_,''-f(180-a_,)-\varphi(360-a_,).$$
$$z=\tfrac{1}{2}(a_,-a_,'')+\tfrac{1}{2}\{f(a_,-180)-f(180-a_,)+\varphi(a_,)-\varphi(360-a_,)\}.$$

2°. De bepaling van zenithsafstanden, door combinatie van directe- en reflexie-waarnemingen, geeft:

C.O.
$$2z=a_,+180^\circ+f(a_,-180)+\varphi(a_,)$$
$$-a'_,-f(360-a_,)-\varphi(180-a_,).$$
$$z=90^\circ+\tfrac{1}{2}(a_,-a_,')$$
$$+\tfrac{1}{2}\{f(a_,-180)-f(360-a_,)+\varphi(a_,)-\varphi(180-a_,)\}.$$

C. W. $$2z = a'''_{,} + 180^{\circ} + f(a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180)$$
$$- a''_{,} - f(180 - a_{,}) - \varphi(360 - a_{,}).$$
$$z = 90^{\circ} + \tfrac{1}{2}(a'''_{,} - a''_{,}).$$
$$+ \tfrac{1}{2}\{f(a_{,}) - f(180 - a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180) - \varphi(360 - a_{,})\}.$$

3°. De bepaling der zenithsafstanden, door middel van het Nadirpunt, geeft, als de aflezingen van het Nadirpunt bij C. O. $n_{,}$ bij C. W. $n'_{,}$ zijn:

C. O. D. $$180^{\circ} - z = n_{,} + f(180) - a_{,} - f(a_{,} - 180) - \varphi(a_{,}).$$
$$z = 180^{\circ} - n_{,} + a_{,} - f(180) + f(a_{,} - 180) + \varphi(a_{,}).$$

C. O. R. $$z = n_{,} - a'_{,} + f(180) - f(360 - a_{,}) - \varphi(180 - a_{,}).$$

C. W. D. $$180^{\circ} - z = a''_{,} + f(180 - a_{,}) + \varphi(360 - a_{,}) - n'_{,} - f(180).$$
$$z = 180^{\circ} - a''_{,} + n'_{,} - f(180 - a_{,}) + f(180) - \varphi(360 - a_{,}).$$

C. W. R. $$z = a'''_{,} - n'_{,} + f(a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180) - f(180).$$

4°. De bepaling van den zenithsafstand, door middel van het Horizonpunt, zoo als op den Pulkowa, verschaft de volgende vergelijkingen, waarin $h_{,}$ en $h'_{,}$ de aflezingen zijn der Horizonpunten, bij C. O., $h''_{,}$ en $h'''_{,}$, die bij C. W., welke aflezingen weinig van 90° en 270° verschillen.

C. O. D. $$z = a_{,} - \tfrac{1}{2}(h_{,} + h'_{,}) - \tfrac{1}{2}\{f(270) + f(90)\}$$
$$+ f(a_{,} - 180) + \varphi(a_{,}).$$

C. O. R. $$z = 180^{\circ} + \tfrac{1}{2}(h_{,} + h'_{,}) - a'_{,} + \tfrac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$$
$$- f(360 - a_{,}) - \varphi(180 - a_{,}).$$

C. W. D. $$z = \tfrac{1}{2}(h''_{,} + h'''_{,}) - a''_{,} + \tfrac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$$
$$- f(180 - a_{,}) - \varphi(360 - a_{,}).$$

C. W. R. $$z = 180^{\circ} + a'''_{,} - \tfrac{1}{2}(h''_{,} + h'''_{,}) - \tfrac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$$
$$+ f(a_{,}) + \varphi(a_{,} + 180).$$

Na omwisseling van objectief en oculair, verkrijgt men de volgende bepalingen der zeniths-afstanden, volgens de genoemde methoden.

II.

1°. $$z = \tfrac{1}{2}(a_{,,} - a''_{,,}) + \tfrac{1}{2}\{f(a_{,}) - f(360 - a_{,}) + \varphi(180 + a_{,}) - \varphi(180 - a_{,})\}.$$

2°. C.O. $z = 90° + \frac{1}{2}(a_{,,} - a'_{,,})$

$+ \frac{1}{2}\{f(a_,) - f(180 - a_,) + \varphi(180 + a_,) - \varphi(360 - a_,)\}.$

C.W. $z = 90° + \frac{1}{2}(a'''_{,,} - a''_{,,})$

$+ \frac{1}{2}\{f(a_, - 180) - f(360 - a_,) + \varphi(a_,) - \varphi(180 - a_,)\}.$

3°. C.O.D. $z = 180° - n_{,,} + a_{,,} - f(0) + f(a_,) + \varphi(a_, + 180).$

C.O.R. $z = n_{,,} - a'_{,,} + f(0) - f(180 - a_,) - \varphi(360 - a_,).$

C.W.D. $z = 180° + n'_{,,} - a''_{,,} + f(0) - f(360 - a_,) - \varphi(180 - a_,).$

C.W.R. $z = a''_{,,} - n'_{,,} + f(a_, - 180) - f(0) + \varphi(a_,).$

4°. C.O.D. $z = 180° - \frac{1}{2}(h_{,,} + h'_{,,}) + a_{,,} - \frac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$

$+ f(a_,) + \varphi(a_, + 180).$

C.O.R. $z = \frac{1}{2}(h_{,,} + h'_{,,}) - a'_{,,} + \frac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$

$- f(180 - a_,) - \varphi(360 - a_,).$

C.W.D. $z = 180° + \frac{1}{2}(h''_{,,} + h'''_{,,}) - a''_{,,} + \frac{1}{2}\{f(90) + f(270)\}$

$- f(360 - a_,) - \varphi(180 - a_,).$

C.W.R. $z = a'''_{,,} - \frac{1}{2}(h''_{,,} + h'''_{,,}) + f(a_, - 180).$

$- \frac{1}{2}\{f(90) + f(270)\} + \varphi(a_,).$

Na de substitutie van:

$$f(z) = a\,\text{Sin.}\,z + b\,\text{Sin.}\,2z + c\,\text{Sin.}\,3z + \ldots \text{enz.}$$
$$+ A\,\text{Cos.}\,z + B\,\text{Cos.}\,2z + C\,\text{Cos.}\,3z + \ldots \text{enz.}$$

worden bovenstaande formulen.

I.

1°. $z = \frac{1}{2}(a_, - a''_,) - a\,\text{Sin.}\,a_, + b\,\text{Sin.}\,2a_, - c\,\text{Sin.}\,3a_, + \ldots$ enz.

$+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_,) - \varphi(360° - a_,)\}.$

2°. C.O. $z = 90° + \frac{1}{2}(a_, - a'_,) + b\,\text{Sin.}\,2a_, + d\,\text{Sin.}\,4a_, + \ldots$ enz.

$- A\,\text{Cos.}\,a_, - C\,\text{Cos.}\,3a_, - \ldots$ enz. $+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_,) - \varphi(360 - a_,)\}.$

C.W. $z = 90° + \frac{1}{2}(a'''_, - a''_,) + b\,\text{Sin.}\,2a_, + d\,\text{Sin.}\,4a_, + \ldots$ enz.

$+ A\,\text{Cos.}\,a_, + C\,\text{Cos.}\,3a_, + \ldots$ enz. $+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_,) - \varphi(360 - a_,)\}.$

3°. C. O. D. $z = 180° - n_{,} + a_{,} + A - B + C - D + \ldots$ enz.
$- a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} - c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz.
$- A \,\text{Cos.}\, a_{,} + B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} - C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} + D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{,})$.
C. O. R. $z = n_{,} - a'_{,} - A + B - C + D - \ldots$ enz.
$+ a \,\text{Cos.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz.
$- A \,\text{Cos.}\, a_{,} - B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} - C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} - D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz. $- \varphi(360 - a_{,})$.
C. W. D. $z = 180° - a'_{,} + n'_{,} - A + B - C + D - \ldots$ enz.
$- a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} - c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz.
$+ A \,\text{Cos.}\, a_{,} - B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} + C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} - D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz. $- \varphi(360 - a_{,})$.
C. W. R. $z = a''_{,} - n'_{,} + A - B + C - D + \ldots$ enz.
$+ a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz.
$+ A \,\text{Cos.}\, a_{,} + B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} + C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} + D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{,})$.

4°. C. O. D. $z = a_{,} - \frac{1}{2}(h_{,} + h'_{,}) + B - D + F - H + \ldots$ enz.
$- a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} - c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz.
$- A \,\text{Cos.}\, a_{,} + B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} - C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} + D. \,\text{Cos.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{,})$.
C. O. R. $z = 180° + \frac{1}{2}(h_{,} - h'_{,}) - a'_{,} - B + D - F + H - \ldots$ enz.
$+ a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz.
$- A \,\text{Cos.}\, a_{,} - B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} - C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} - D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz. $- \varphi(360° - a_{,})$
C. W. D. $z = \frac{1}{2}(h''_{,} + h'''_{,}) - a''_{,} - B + D - F + H. - \ldots$ enz.
$- a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} - c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} - \ldots$ enz.
$+ A \,\text{Cos.}\, a_{,} - B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} + C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} - D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz. $- \varphi(360 - a_{,})$.
C. W. R. $z = a'''_{,} + 180° - \frac{1}{2}(h''_{,} + h'''_{,}) + B - D + F - H + \ldots$ enz.
$+ a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz.
$+ A \,\text{Cos.}\, a_{,} + B \,\text{Cos.}\, 2a_{,} + C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} + D \,\text{Cos.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{,})$.

II.

1°. $z = \frac{1}{2}(a_{''} - a'_{''}) + a \,\text{Sin.}\, a_{,} + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + c \,\text{Sin.}\, 3a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,}$
$+ \ldots$ enz. $+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a_{,})\}$.

2°. C. O. $z = 90° + \frac{1}{2}(a_{''} - a'_{''}) + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + \ldots$ enz.
$+ A \,\text{Cos.}\, a_{,} + C \,\text{Cos.}\, 3a_{,} + \ldots$ enz. $+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a_{,})\}$.

C. W. $z = 90^\circ + \frac{1}{2}(a_{\prime\prime}{}^{\prime\prime\prime} - a''_{\prime\prime}) + b \text{Sin.} 2a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz.
$- \text{A Cos.} a_{\prime} - \text{C. Cos.} 3a_{\prime} - \ldots$ enz. $+ \frac{1}{2}\{\varphi(a_{\prime}) - \varphi(360 - a_{\prime})\}$.

3°. C. O. D $z = 180^\circ + a_{\prime\prime} - n_{\prime\prime} - \text{A} - \text{B} - \text{C} - \text{D} - \ldots$ enz.
$+ a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} + c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz.
$+ \text{A Cos.} a_{\prime} + \text{B Cos.} 2a_{\prime} + \text{C Cos.} 3a_{\prime} + \text{D Cos.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{\prime})$.
C. O. R. $z = n_{\prime\prime} - a'_{\prime\prime} + \text{A} + \text{B} + \text{C} + \text{D} + \ldots$ enz.
$- a \text{Sin.} a_{\prime} - b \text{Sin.} 2a_{\prime} - c \text{Sin.} 3a_{\prime} - d \text{Sin.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz.
$+ \text{A Cos.} a_{\prime} - \text{B Cos.} 2a_{\prime} + \text{C Cos} 3a_{\prime} - \ldots - \varphi(360 - a_{\prime})$.
C. W. D. $z = 180^\circ + n'_{\prime\prime} - a''_{\prime\prime} + \text{A} + \text{B} + \text{C} + \text{D} + \ldots$ enz.
$+ a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} + c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz.
$- \text{A Cos.} a_{\prime} - \text{B Cos.} 2a_{\prime} - \text{C Cos.} 3a_{\prime} - \text{D Cos.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz. $- \varphi(360 - a_{\prime})$.
C. W. R. $z = a''_{\prime\prime} - n'_{\prime\prime} - \text{A} - \text{B} - \text{C} - \text{D} - \ldots$ enz.
$- a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} - c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz.
$- \text{A Cos.} a_{\prime} + \text{B Cos.} 2a_{\prime} - \text{C. Cos.} 3a_{\prime} + \text{D Cos.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{\prime})$.

4°. C. O. D. $z = 180^\circ + a_{\prime\prime} - \frac{1}{2}(h_{\prime\prime} + h'_{\prime\prime}) + \text{B} - \text{D} + \text{F} - \text{H} + \ldots$ enz.
$+ a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} + c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz.
$+ \text{A Cos.} a_{\prime} + \text{B Cos.} 2a_{\prime} + \text{C. Cos.} 3a_{\prime} + \text{D Cos.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{\prime})$.
C. O. R. $z = \frac{1}{2}(h_{\prime\prime} + h'_{\prime\prime}) - a_{\prime\prime}' - \text{B} + \text{D} - \text{F} + \text{H} - \ldots$ enz.
$- a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} - c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz.
$+ \text{A. Cos.} a_{\prime} - \text{B Cos.} 2a_{\prime} + \text{C. Cos.} 3a_{\prime} - \text{D Cos.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz. $\varphi(360 - a_{\prime})$.
C. W. D. $z = 180^\circ + \frac{1}{2}(h''_{\prime\prime} + h'''_{\prime\prime}) - a''_{\prime\prime} - \text{B} + \text{D} - \text{F} + \text{H} - \ldots$ enz.
$+ a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} + c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} + \ldots$ enz.
$- \text{A Cos.} a_{\prime} - \text{B Cos.} 2a_{\prime} - \text{C Cos.} 3a_{\prime} - \text{D Cos.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz. $- \varphi(360 - a_{\prime})$.
C. W. R. $z = a_{\prime\prime}{}''' - \frac{1}{2}(h''_{\prime\prime} + h'''_{\prime\prime}) + \text{B} - \text{D} + \text{F} - \text{H} + \ldots$ enz.
$- a \text{Sin.} a_{\prime} + b \text{Sin.} 2a_{\prime} - c \text{Sin.} 3a_{\prime} + d \text{Sin.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz.
$- \text{A Cos.} a_{\prime} + \text{B Cos.} 2a_{\prime} - \text{C Cos.} 3a_{\prime} + \text{D Cos.} 4a_{\prime} - \ldots$ enz. $+ \varphi(a_{\prime})$.

Is de Meridiaan-cirkel niet voor omleggen vatbaar, zooals b. v. die te Greenwich, in welk geval men alleen directe- en reflexie-waarnemingen kan volbrengen, met bepaling van het Nadirpunt, dan zal, in het gemiddelde dezer beide waar-

nemingen, dezelfde fout aanwezig zijn, als bij de waarnemingen onder 2°. vermeld, daar de fout in het Nadir- of Horizonpunt hieruit verdwijnt. Kan echter, zoo als meestal het geval is, de Meridiaan-cirkel worden omgelegd, dan geeft het gemiddelde der directe- en reflexie-waarnemingen, in beide standen, de volgende waarde voor den verbeterden zeniths-afstand:

$$z = 90^\circ + \tfrac{1}{4}(a_{,} - a'_{,} - a''_{,} + a''_{,}) + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,}$$
$$+ f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.} + \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a_{,})\}.$$

Gebruikt men geene reflexie-waarnemingen, maar alleen directe bij C. O. en C. W., dan is het gemiddelde dier bepalingen, met dezelfde fout aangedaan, als dat, hetwelk onder 1°. vermeld is.

Indien objectief en oculair verplaatsbaar zijn, zoo als bij den Verticaal-cirkel van den Pulkowa, dan geeft de combinatie van I 1°. en II 1°.

$$z = \tfrac{1}{4}(a_{,} + a_{,,} - a''_{,} - a''_{,,}) + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,} + f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a_{,})\}.$$

De combinatie van I. 2°. en II. 2°.:

C. O. $$z = 90^\circ + \tfrac{1}{4}(a_{,} - a'_{,} + a_{,,} - a'_{,,}) + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,}$$
$$+ f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.} + \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a_{,})\}.$$

C. W. $$z = 90^\circ + \tfrac{1}{4}\{a'''_{,} - a''_{,} + a'''_{,,} - a''_{,,}\} + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,}$$
$$+ f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.} + \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_{,}) - \varphi(360 - a)\}.$$

De combinatie van I. 3°. en II. 3°.:

C. O. D. $$z = 180^\circ + \tfrac{1}{2}\{a_{,} + a_{,,} - n_{,} - n_{,,}\} + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,}$$
$$+ d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,} + f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.}$$
$$+ B \,\text{Cos.}\, 2\, a_{,} + D \,\text{Cos.}\, 4\, a_{,} + F \,\text{Cos.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.}$$
$$- B - D - F - \ldots \text{enz.} + \varphi(a_{,}).$$

C. O. R. $$z = \tfrac{1}{2}(n_{,} + n_{,,} - a'_{,} - a'_{,,}) + b \,\text{Sin.}\, 2a_{,} + d \,\text{Sin.}\, 4a_{,} + f \,\text{Sin.}\, 6a_{,} + \ldots \text{enz.}$$
$$- B \,\text{Cos.}\, 2\, a_{,} - D \,\text{Cos.}\, 4\, a_{,} - F \,\text{Cos.}\, 6\, a_{,} - \ldots \text{enz.}$$
$$+ B + D + F + \ldots \text{enz.} - \varphi(360 - a_{,}).$$

C. W. D. $$z = 180^\circ + \tfrac{1}{2}(n'_{,} + n'_{,,} - a''_{,} - a'_{,,}) + b \,\text{Sin.}\, 2\, a_{,}$$
$$+ d \,\text{Sin.}\, 4\, a_{,} + f \,\text{Sin.}\, 6\, a_{,} + \ldots \text{enz.}$$

$$-B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}-D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}-F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}-\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B+D+F+\ldots\ \text{enz.}-\varphi(360-a_{,}).$$

C. W. R. $$z=\tfrac{1}{2}(a''_{,}+a''_{,,}-n'_{,}-n'_{,,})+b\,\mathrm{Sin.}\,2a_{,}$$
$$+d\,\mathrm{Sin.}\,4a_{,}+f\,\mathrm{Sin.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}+D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}+F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$-B-D-F-\ldots\ \text{enz.}+\varphi(a_{,}).$$

De combinatie van I. 4°. en II. 4°. geeft ons eindelijk:

C. O. D. $$z=90^\circ+\tfrac{1}{2}(a_{,}+a_{,,})-\tfrac{1}{4}(h_{,}+h'_{,}+h_{,,}+h'_{,,})$$
$$+b\,\mathrm{Sin.}\,2a_{,}+d\,\mathrm{Sin.}\,4a_{,}+f\,\mathrm{Sin.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}+D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}+F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B-D+F-\ldots\ \text{enz.}+\varphi(a_{,}).$$

C. O. R. $$z=90^\circ+\tfrac{1}{4}(h_{,}+h'_{,}+h_{,,}+h'_{,,})-\tfrac{1}{2}(a'_{,}+a'_{,,})$$
$$+b\,\mathrm{Sin.}\,2a_{,}+d_{,}\,\mathrm{Sin.}\,4a_{,}+f\,\mathrm{Sin.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$-B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}-D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}-F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}-\ldots\ \text{enz.}-B+D-F+\ldots\ \text{enz.}$$

C. W. D. $$z=90^\circ+\tfrac{1}{4}(h''_{,}+h'''_{,}+h''_{,,}+h'''_{,,})-\tfrac{1}{2}(a''_{,}+a''_{,,})$$
$$+b\,\mathrm{Sin.}\,2a_{,}+d\,\mathrm{Sin.}\,4a_{,}+f\,\mathrm{Sin.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$-B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}-D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}-F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}-\ldots\ \text{enz.}$$
$$-B+D-F+\ldots\ \text{enz.}-\varphi(360-a_{,}).$$

C. W. R. $$z=90^\circ+\tfrac{1}{2}(a'''_{,}+a'''_{,,})-\tfrac{1}{4}(h''_{,}+h'''_{,}+h''_{,,}+h'''_{,,})$$
$$+b\,\mathrm{Sin.}\,2a_{,}+d\,\mathrm{Sin.}\,4a_{,}+f\,\mathrm{Sin.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B\,\mathrm{Cos.}\,2a_{,}+D\,\mathrm{Cos.}\,4a_{,}+F\,\mathrm{Cos.}\,6a_{,}+\ldots\ \text{enz.}$$
$$+B-D+F-\ldots\ \text{enz.}-\varphi(a_{,}).$$

Uit al deze vergelijkingen zien wij, dat het, bij deze methoden van waarnemen, onmogelijk is, de termen met de Sinussen der evene veelvouden uit het resultaat te verdrijven, daar zij, in alle waarden van z, hetzelfde teeken hebben.

De overige termen, in de formule voor de buiging, verdwijnen echter uit de volgende combinatien van gemeten zeniths-afstanden: a., uit het gemiddelde der vier waarnemingen, op het hemellicht zelf en op het teruggekaatste beeld, in de twee standen n het instrument; b., uit de daarmede overeenstemmende arnemingen, na omzetting van objectief en oculair; c., uit de

directe waarnemingen bij cirkel oost en west, in de twee standen van objectief en oculair; d., uit dezelfde combinatie der reflexie-waarnemingen; e., uit de directe- en reflexie-waarnemingen, met verwisseling van objectief en oculair; f., uit dezelfde waarnemingen, nadat het instrument is omgelegd.

Hoe men het ook inrigten moge, altijd zijn er vier instellingen op het hemellicht noodig, om, zoo veel mogelijk, den invloed der buiging te verminderen. Is het omzetten van objectief en oculair niet mogelijk, doch wel het omleggen van het instrument, dan kan men, op slechts ééne wijze, voor den zeniths-afstand eene uitkomst verkrijgen, waarin alleen de Sinussen der evene veelvouden van $a_{,}$ voorkomen.

Dit is ook het geval, zoo de inrigting voor het omwisselen van objectief en oculair aanwezig is, doch het instrument niet omgelegd kan worden. Indien echter beide bewerkingen mogelijk zijn, dan kunnen, uit de acht verschillende bepalingen van een' zeniths-afstand, welke in dit geval kunnen verrigt worden, de zes genoemde combinatiën afgeleid worden, die allen, wat de buiging aangaat, dezelfde uitkomst moeten geven.

De vergelijking van deze waarnemingen zal dan de aanwezigheid van andere fouten kunnen doen ontdekken, zooals, den niet horizontalen stand der kwikoppervlakte, de refractie in en bij den kijker, spanningen, bij het omzetten van objectief en oculair, in den kijker opgewekt, enz.

Uit de uitkomsten, verkregen uit de waarnemingen onder a. en b. vermeld, zal blijken, in hoever, door het omzetten van oculair en objectief, fouten worden ingevoerd. Ditzelfde zou men ook kunnen afleiden, uit de vergelijking der zeniths-afstanden, verkregen door de directe- en reflexie-waarnemingen, bij C. O., in den eenen, en bij C. W., in den anderen stand van objectief en oculair volbragt, op welke zeniths-afstanden, de buiging en andere mogelijke fouten, op geheel dezelfde wijze, hunnen invloed doen gevoelen.

Indien het dan mogt blijken, dat, door de omwisseling van objectief en oculair, geene nieuwe fouten worden ingevoerd, zal men, uit de onderlinge vergelijking der overige uitkomsten voor de zeniths-afstanden, het al of niet voorhanden zijn van andere bronnen van fouten, kunnen nagaan.

Zij p de standvastige fout, welke, door de helling van het kwikoppervlak, bij de bepaling van het Nadirpunt, of die, welke, door andere oorzaken, bij de bepaling van het Horizonpunt wordt begaan; zij q de fout, door de helling der kwikoppervlakte, in de plaats van het teruggekaatste beeld teweeggebragt, terwijl r en s de fouten voorstellen, bij de directe- en reflexie-waarnemingen, welke door de refractie, in en bij den kijker, worden veroorzaakt, dan zal de zeniths-afstand z', gezuiverd van deze fouten, worden voorgesteld door:

$$z_a' = z_a + \tfrac{1}{2}(r - s - q). \quad (1)$$
$$z_b' = z_b + \tfrac{1}{2}(r - s - q). \quad (2)$$
$$z_c' = z_c + (r - p). \quad (3)$$
$$z_d' = z_d + (p - s - q). \quad (4)$$
$$z_e' = z_e + \tfrac{1}{2}(r - s - q). \quad (5)$$
$$z_f' = z_f + \tfrac{1}{2}(r - s - q). \quad (6)$$

Hierin zijn z_a, z_b enz. de zeniths-afstanden, zoo als zij onmiddellijk voortvloeijen uit de waarnemingen, onder a, b, enz. vermeld. Bij de waarnemingen met een' Vertikaal-cirkel, verdwijnt in z_c' en z_d' de term p.

Daar z_a', z_b', enz. de zeniths-afstanden voorstellen, na verbetering voor de genoemde fouten, zullen zij, indien in de waarnemingen geene andere fouten voorkomen, aan elkander gelijk moeten zijn, hetgeen ten gevolge zal hebben, dat:

$$z_a = z_b = \tfrac{1}{2}(z_c + z_d) = z_e = z_f$$

is.

De afzonderlijke waarden van p, q, r en s kunnen uit deze zes vergelijkingen, waaronder slechts twee onderling onafhankelijke voorkomen, niet afzonderlijk bepaald worden.

Door de vergelijkingen (3) en (4) van elkander af te trekken, bekomt men alleen de waarde van:

$$r - 2p + s + q = z_d - z_e,$$

en, hoewel niet voldoende, om de waarde van deze grootheden te doen kennen, kunnen echter, uit de verschillen $z_d - z_e$, voor onderscheidene sterren, eenige gevolgtrekkingen, omtrent het al of niet bestaan der fouten p, q, r en s, worden afgeleid.

Daar, uit de verschillende waarnemingen van denzelfden zeniths-afstand, de fouten, door de buiging teweeggebragt, gedeeltelijk kunnen geëlimineerd worden, zoo kan er ook de waarde van de buiging, of wel de coëfficiënten van de formule, welke de buiging voorstelt, ten deele door bepaald worden. Indien men de zoo even besproken fouten p, q, r en s mede in rekening brengt, zullen de waarnemingen, in stand I volbragt, daartoe de volgende vergelijkingen opleveren:

$$\tfrac{1}{4}(a_, - a'_, + a''_, - a'''_,) = \text{A Cos. } a_, + \text{C Cos. } 3\,a_, + \text{E Cos. } 5\,a_, + \ldots \text{ enz.} \ldots\ldots (\alpha)$$

$$90 - \tfrac{1}{2}(n_, - n'_,) + \tfrac{1}{4}(a_, + a'_, - a''_, - a'''_,) - \tfrac{1}{2}(2p - r - s - q) = a \text{ Sin. } a_, + c \text{ Sin. } 3\,a_, + \ldots \text{ enz.} \ldots\ldots (\beta)$$

$$\tfrac{1}{2}(n_, + n'_,) - \tfrac{1}{4}(a_, + a'_, + a''_, + a'''_,) - \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_,) + \varphi(360 - a_,)\} = \text{B Cos. } 2\,a_, + \text{D Cos. } 4\,a_, + \ldots \text{enz.} + \text{A} - \text{B} + \text{C} - \text{D} + \ldots \text{enz.} \; (\gamma)$$

Indien men den zeniths-afstand van eene ster bepaalt, door er op in te stellen in de twee standen van het instrument, (zoo als met de Vertikaal-cirkels geschiedt) en, op dezelfde wijze, ook metingen volbrengt op het teruggekaatste beeld, dan kan hieruit eene vergelijking worden afgeleid, welke van (β) alleen daarin verschilt, dat p er niet in voorkomt.

Maakt men ook gebruik van de waarnemingen, bij stand II volbragt, zoo wordt hierdoor slechts ééne nieuwe vergelijking verkregen, waarin de coëfficiënten, op eene andere wijze, dan in (α), (β) en (γ) voorkomen, namelijk eene, waardoor A + C + E + ... enz. bepaald wordt; deze grootheden zijn echter reeds door (α) bekend.

Uit de waarnemingen met een' Vertikaal-cirkel, in de beide standen van objectief en oculair, verkrijgt men, ter bepaling van de coëfficiënten, in de formule voor de buiging, eene vergelijking, welke met (β) overeenstemt, met uitzondering van den term $\frac{1}{2}(2p - r - s - q)$, welke er niet in voorkomt; hieruit wordt dus de waarde van:

$$a \text{ Sin. } a_{,} + c \text{ Sin. } 3\,a_{,} + e \text{ Sin. } 5\,a_{,} + \ldots \text{ enz.}$$

naauwkeuriger bepaald, dan uit de formule (β), welke voor de Meridiaan-cirkels, waarbij objectief en oculair niet kunnen omgezet worden, geldt.

In plaats van het Nadirpunt, kan ook het Horizonpunt bij de waarnemingen bepaald worden; is dit het geval dan zal in vergelijking (γ), in plaats van: $A - B + C - D + \ldots$ enz., de uitdrukking: $B - D + F - H + \ldots$ enz. voorkomen; de beide andere vergelijkingen, (α) en (β), behouden echter haren oorspronkelijken vorm.

Zoo men aanneemt, dat, met betrekking tot de termen a Sin. $a_{,}$ en A Cos. $a_{,}$, die met de Sinussen en Cosinussen van $3\,a_{,}$, $5\,a_{,}$ enz. mogen verwaarloosd worden, dan volgt uit (α):

$$A \text{ Cos. } a_{,} = \tfrac{1}{4}(a_{,} + a'_{,} - a''_{,} - a'''_{,});$$

uit (β):

$$a \text{ Sin. } a_{,} = 90^{\circ} - (n_{,} - {}_{,}n_{,}) + \tfrac{1}{4}(a_{,} + a'_{,} - a''_{,} - a'''_{,}) - \tfrac{1}{2}(2\,p - r - s - q).$$

Beide waarden zijn vrij van verdeelings-fouten, doch die van a Sin. a is aangedaan met al de fouten, in de reflexie-, directe en andere waarnemingen, waarvan A Cos. $a_{,}$ vrij is, zoodat deze laatste grootheid, met veel meer naauwkeurigheid dan de eerste, kan bepaald worden. Dit blijkt ook uit meest alle waarden van a en A, welke uit de waarnemingen berekend zijn.

Uit vergelijking (γ) zal men, na substitutie van A, kunnen [af]leiden, of het verwaarloozen van de termen met Cos. $2\,a_{,}$ [Co]s. $3\,a_{,}$ enz. geoorloofd is, en zij zal ons ook een oordeel kun-

nen doen uitspreken, over de meerdere of mindere naauwkeurigheid, waarmede de verdeelings-fouten bepaald zijn. Deze kan men namelijk, als B, C, D, enz. nul ondersteld worden, uit (γ) berekenen, en ze dan vergelijken bij de waarden, welke men er, door de onmiddellijke bepalingen, voor verkregen heeft.

De overeenstemming of het verschil, tusschen de uitkomsten voor a en A, uit waarnemingen van sterren op verschillende hoogten, zal ook, over het al of niet nul zijn van de coëfficiënten der termen met de Sinussen en Cosinussen van $a_{,}$, kunnen doen oordeelen.

Hansen geeft in eene verhandeling, in de Astronomische Nachrichten, Band XVII [1]), ook eene methode aan, om de aanwezigheid der termen, met de Cosinussen en de Sinussen van de evene veelvouden der zeniths-afstanden, te onderzoeken, en wel bepaaldelijk, zoo omwisseling van objectief en oculair mogelijk is. Ter bepaling van de termen met de Cosinussen der evene veelvouden, vergelijke men het gemiddelde der waarnemingen: C. O. D. of C. W. R., in de beide standen, van objectief en oculair, met het gemiddelde der waarnemingen: C. O. R. of C. W. D., insgelijks in die twee standen. Zijn deze aan elkander gelijk, dan blijkt hieruit, dat die termen nul zijn; zijn zij niet gelijk, dan kan de waarde van deze coëfficiënten er eenigermate uit afgeleid worden. Dit volgt alles uit de uitdrukkingen, welke, voor die gemiddelden, boven zijn medegedeeld.

Om de termen met de Sinussen van de evene veelvouden van $a_{,}$ te bepalen, stelt Hansen de volgende inrigting voor. Zij een hulpkijker opgesteld, zoodanig, dat de kijker van den Meridiaan-cirkel er op gerigt kan worden, en zij de hoek tusschen dien hulpkijker en het Nadirpunt q, terwijl de hoek tusschen den kijker en eene ster z zij. Laten verder $a_{,}$ en $a_{,,}$

---

1) Beschreibung der Einrichtungen, welche am Meridiankreise der Seeberger Sternwarte angebracht worden sind, um grössere Genauigkeit in der Beobachtung der Vertikalwinkel zu wege zu bringen.

de aflezingen zijn, terwijl de kijker op de ster is gerigt, en $w_,$ en $w_{,,}$ de aflezingen, bij de instellingen op den kijker, in de beide standen van objectief en oculair, dan is:

$$z = \tfrac{1}{2}(a_, + a_{,,}) - \tfrac{1}{2}(w_, + w_{,,}) + b(\text{Sin.}\,2a_, - \text{Sin.}\,2w_,)$$
$$+ d(\text{Sin.}\,4a - \text{Sin.}\,4w_,) + \ldots\ \text{enz.}$$
$$+ \text{B}(\text{Cos.}\,2a - \text{Cos.}\,2w_,) + \text{D}(\text{Cos.}\,4a_, - \text{Cos.}\,4w_,) + \ldots\ \text{enz.}$$

Nu legt men het instrument om, en stelt den hulpkijker op den vorigen zeniths-afstand, aan de andere zijde van den Meridiaan-cirkel (door middel van de aflezing met de mikroskopen), dan zal, als de aflezingen nu $a_,''$, $a_{,,}''$, $w_,''$ en $w_{,,}''$ zijn:

$$360 - 2q - z = \tfrac{1}{2}(a''_, + a_{,,}'') - \tfrac{1}{2}(w_,'' + w_{,,}'')$$
$$- b(\text{Sin.}\,2a_, + \text{Sin.}\,2w_,) - d(\text{Sin.}\,4a_, + \text{Sin.}\,4w_,) - \ldots\ \text{enz.}$$
$$+ \text{B}(\text{Cos}\,2a_, - \text{Cos.}\,2w_,) + \text{D}(\text{Cos.}\,4a_, - \text{Cos.}\,4w_,) + \ldots\ \text{enz.}$$

worden.

Na optelling dezer beide vergelijkingen, verkrijgt men:

$$180^\circ - q = \tfrac{1}{4}(a_, + a_{,,} + a_,'' + a_{,,}'') - \tfrac{1}{4}(w_, + w_{,,} + w_,'' + w_{,,}'')$$
$$- b\,\text{Sin.}\,2w_, - d\,\text{Sin.}\,4w_, - \ldots\ \text{enz.}$$
$$+ \text{B}(\text{Cos.}\,2a_, - \text{Cos.}\,2w_,) + \text{D}(\text{Cos.}\,4a_, - \text{Cos.}\,4w_,) + \ldots\ \text{enz.}$$

Was nu q volkomen bekend, dan zouden, indien de waarden van de coëfficiënten der Cosinussen van de evene veelvouden bepaald waren, ook de coëfficiënten der Sinussen, hieruit kunnen worden afgeleid.

De waarde van q, zoo als men die verkrijgt uit de aflezingen, bij de instellingen op het Nadirpunt en op den hulpkijker, is echter aangedaan met al de fouten, door de buiging, bij eene hoogtemeting, te weeg gebragt, zoodat, al is B, D, F enz. bekend, de waarden van b, d, f enz. toch niet, uit de laatste vergelijking, kunnen afgeleid worden.

Deze methode van Hansen heeft dus geene waarde, en het is alleen toe te schrijven aan eene vergissing, waardoor hij, in plaats van q, 0 in de laatste vergelijking stelde, dat hij meende, langs dezen weg, de termen met de Sinussen van de evene veelvouden te kunnen bepalen.

Daar deze termen, zoo als uit de formulen blijkt, altijd op dezelfde wijzen voorkomen, in de uitkomsten voor de gemetene afstanden van sterren, welke ook de wijze van waarnemen is, die men gebruikt, zoo zal elke handelwijze, volgens welke men ze uit de waarnemingen van sterren zou willen afleiden, even als die van Hansen, blijken onjuist te zijn.

Op dezelfde wijze, als de invloed van de fout, door de buiging van kijker en cirkel, op de waarnemingen van zenithsafstanden, is in rekening gebragt, kan dit ook geschieden met de fout, door de buiging van den cirkel alleen veroorzaakt. Volgens de theorie van Bessel is zij:

$$\psi(z)\,\mathrm{Sin.}(m-z)-\psi'(z)\,\mathrm{Cos.}(m-z),$$

of $z=a_{,}-180^\circ$ stellende, is zij:

$$-\psi(a_{,})\,\mathrm{Sin.}(m-a_{,})-\psi'(a_{,})\,\mathrm{Cos.}(m-a_{,}),$$

waarin m, z en $a_{,}$ de vroeger vermelde beteekenissen hebben. Bij bepalingen van hoogten, door middel van directe- of reflexie-waarnemingen, met in rekening brengen van het Nadirpunt, verkrijgt men, als z, z', z'' en z''' de zenithsafstanden zijn, verbeterd voor de buiging des cirkels:

C. O. D. $$z=180^\circ-n_{,}+a_{,}-\psi(a_{,})\,\mathrm{Sin.}(m-a_{,})$$
$$+\psi'(a_{,})\,\mathrm{Cos.}(m-a_{,})+\psi(0)\,\mathrm{Sin.}\,m-\psi'(0)\,\mathrm{Cos.}\,m.$$

C. O. R. $$z'=n-a'_{,}-\psi(-a_{,})\,\mathrm{Sin.}(m+a_{,})$$
$$+\psi'(a_{,})\,\mathrm{Cos.}(m+a_{,})-\psi(0)\,\mathrm{Sin.}\,m+\psi'(0)\,\mathrm{Cos.}\,m$$

C. W. D. $$z''=180^\circ-a''_{,}+n'+\psi(-a_{,})\,\mathrm{Sin.}(m+a_{,})$$
$$-\psi'(-a_{,})\,\mathrm{Cos.}(m+a_{,})-\psi(0)\,\mathrm{Sin.}\,m+\psi'(0)\,\mathrm{Cos.}\,m.$$

C W. R. $$z'''=a'''_{,}-n'_{,}+\psi(a_{,})\,\mathrm{Sin.}(m-a_{,})$$
$$+\psi'(a_{,})\,\mathrm{Cos.}(m-a_{,})+\psi(0)\,\mathrm{Sin.}\,m+\psi'(0)\,\mathrm{Cos.}\,m.$$

Bepaalt men geen Nadir- maar een Horizonpunt, dan verdwijnt de fout, uit het gemiddelde der instellingen op de beide collimatoren; in dit geval, blijven dus alleen de termen met $\psi\,(a_{,})$ en $\psi'\,(a_{,})$ overig. Na omzetting van objectief en oculair, zullen, zoo als gemakkelijk te zien is, de termen met $\psi\,(a_{,})$

en $\psi'(a_,)$, $\psi(0)$ en $\psi'(0)$, allen van teeken veranderen, zoodat, uit het gemiddelde van twee overeenkomstige waarnemingen, in de standen I en II, de buiging van den cirkel verdwijnt. Dit geschiedt ook, als men het gemiddelde neemt van vier verschillende hoogtemetingen van eene ster, bij denzelfden stand van objectief en oculair.

In de vergelijkingen (α), (β) en (γ), waaruit wij a en A wilden bepalen, zal de buiging van den cirkel, in de laatste leden, worden uitgedrukt door de volgende termen:

in (α) door: $\frac{1}{2}\{\psi(a_,)\text{Sin.}(m-a_,)+\psi(-a_,)\text{Sin.}(m+a_,)$

$-\psi'(a_,)\text{Cos.}(m-a_,)-\psi'(-a_,)\text{Cos.}(m+a_,)\}$,

in (β) door: $\frac{1}{2}\{\psi(a_,)\text{Sin.}(m-a_,)-\psi(-a_,)\text{Sin.}(m+a_,)$

$-\psi'(a_,)\text{Cos.}(m-a_,)+\psi'(-a_,)\text{Cos.}(m+a_,)\}$,

in (γ) door: $-\psi(0)\text{Sin.}m+\psi(0)\text{Cos.}m$.

Niet overeenstemmende waarden voor a en A, uit de waarnemingen van verschillende sterren afgeleid, kunnen dus, al stelt a Sin. $a_,$ + A Cos. $a_,$ de buiging des kijkers voor, zeer goed verklaard worden, door eene buiging van den cirkel.

Er bestaat echter welligt een middel, om de buiging van cirkel en kijker te scheiden, indien de cirkel, met betrekking tot den kijker, verplaatst kan worden. Dit is in den regel het geval, daar de cirkel gewoonlijk tusschen twee platen geklemd is, die, door schroeven, daar tegen gedrukt worden; maakt men deze los, dan kan de cirkel over een' willekeurigen boog verplaatst worden. Verzet men den cirkel dan op deze wijze 180°, dan zal, in de formule voor de buiging van den cirkel,

$$-\psi(a_,)\text{Sin.}(m-a_,)+\psi'(a_,)\text{Cos.}(m-a_,)$$

$a_,$ 180° grooter worden. Indien men nu in acht neemt, dat:

$$\psi(a_,+180)=\psi(a_,) \text{ en } \psi'(a_,+180)=\psi'(a_,)$$

is, verandert, na substitutie van $a_,$ + 180 voor $a_,$, deze formule alleen van teeken, zoodat het gemiddelde van twee waar-

nemingen, vóór en na het omzetten van den cirkel, vrij is van de fout, door zijne buiging veroorzaakt.

Op dezelfde wijze, zal zij verdwijnen, uit het gemiddelde van n waarnemingen, waarbij telkens de cirkel $\frac{360°}{n}$ gedraaid is, wanneer n slechts een deeler is van 180°.

Door dit losmaken, omzetten en op nieuw vastklemmen van den cirkel, kunnen er echter veranderingen in ontstaan van tweeërlei aard. Ten eerste kan de vorm, welken hij zou bezitten, als hij onttrokken was aan de werking der zwaartekracht, b. v. liggende op een horizontaal vlak, eene wijziging ondergaan. Dit zal zich daaraan openbaren, dat de verdeelingsfouten, bevrijd van den invloed der buiging, niet meer dezelfde zijn gebleven. Ten tweede kan, al heeft de eerste vormsverandering geen' plaats, de grootte van de doorbuiging der deelen, door de klemming veranderd zijn. Dit laatste zal men gemakkelijk kunnen onderzoeken, door verscheidene malen dezelfde hoeken te meten, waarop de verdeelingsfouten geen' invloed hebben, zoo als die van 90°, 180° of 270°. Tusschen elke meting, moet men dan de schroeven min of meer aanklemmen, of wel den cirkel verzetten, en hem daarna weder in zijn' eersten stand terugbrengen. Veranderingen in de waarde van den gemeten hoek, worden dan alleen door eene verandering in de buiging veroorzaakt.

Eenvoudiger kan men dit onderzoek inrigten, wanneer het instrument voorzien is van twee cirkels. Men stelt dan den kijker in den een' of anderen stand, en leest beide cirkels af; draait hem daarna ongeveer 90° of 180°, zoodat de deelstrepen, die men bij de eerste aflezingen gebruikt heeft, op nieuw onder de vier mikroskopen komen, en leest weder af. Het verschil, tusschen de beide bepalingen van den hoek, welken de kijker doorloopen heeft, zal dan gelijk zijn aan het verschil, tusschen de buigingen der twee cirkels. Na de schroeven van een'

der twee cirkels, nu meer of min aangezet te hebben, of wel, na dezen cirkel te hebben verzet en hem daarna weder in zijn' eersten stand teruggebragt te hebben, doet men op nieuw, op beide cirkels, dezelfde aflezingen als vroeger, en bepaalt dan, of het verschil, tusschen hunne buigingen, veranderd is. Daar de eene cirkel in denzelfden toestand is gebleven, zal de verandering van het verschil ook de verandering van den invloed der buiging des anderen cirkels, op den gemeten hoek, doen kennen.

Dat deze verandering, bij een groot verschil in de aanklemming, wel degelijk plaats vindt, is gebleken uit eenige proeven, te Leyden genomen, volgens de laatst beschrevene handelwijze; zij bedroeg, op een' hoek van 180°, omtrent 2", indien de schroeven eerst zeer weinig, daarna zeer sterk waren, aangezet. De tijd, om deze proeven op grooter schaal en onder verschillende omstandigheden te verrigten, heeft mij, tot mijne smart, ontbroken.

Veranderingen in den vorm des cirkels zal men moeten onderzoeken, door, onder verschillende omstandigheden van klemming enz., de verdeelingsfouten te bepalen, vrij van buigingen (volgens de later te beschrijven handelwijze met twee stellen mikroskopen).

De buiging zal zekerlijk het minst veranderen, zoo men den cirkel, zoo weinig mogelijk, aanklemt, hetgeen zonder gevaar van verzetting geschieden kan, daar er geene krachten aanwezig zijn, die den cirkel om zijne as trachten te doen draaijen. Het is dan mogelijk, dat, bij het omzetten van den cirkel, geene nieuwe spanningen, of vormsveranderingen zullen ontstaan, in welk geval dit omzetten zou geoorloofd zijn. Hierin zou men dan een belangrijk hulpmiddel hebben, om de wetten der buiging nader te leeren kennen, en de waarnemingen van haren invloed te bevrijden.

Over het algemeen, wordt te weinig de aandacht op de

buiging van den cirkel gevestigd, hoewel deze toch vrij aanzienlijk kan zijn, zooals blijkt, uit de genoemde proefneming te Leyden, en ook uit de opgaven, voor de horizontale buiging van den Meridiaan-cirkel op den Pulkówa, waar haar bedrag, op beide cirkels bepaald, 0,"36 verschilde [1]). Te meer verdient zij de opmerkzaamheid, daar zij zekerlijk niet de eenvoudige formule a Sin. z + A Cos. z volgt, die gewoonlijk wordt aangenomen, en waarvoor wij, alleen bij de buiging van den kijker, eenigen grond vonden.

Bij al de hier besprokene handelwijzen, om de buiging te elimineren of te bepalen, is stilzwijgend ondersteld, dat, bij de reflexie-waarnemingen en bij het omzetten van oculair en objectief, geene nieuwe fouten worden ingevoerd. Want, hoewel wij de mogelijkheid hebben aangetoond, om, uit de waarnemingen van zeniths-afstanden, iets, omtrent de aanwezigheid van zulke fouten, af te leiden, zoo kan men deze toch niet elimineren, en er zou niets overig blijven, dan de handelwijzen, waardoor die fouten worden ingesleept, te verwerpen.

Door verschillende sterrekundigen is beweerd, dat werkelijk, bij de reflexie-waarnemingen en bij het omzetten van objectief en oculair, fouten worden ingevoerd, welke deze methoden onbruikbaar zouden maken.

Wegens het groote gewigt, dat dit, voor het bepalen en elimineren van de fouten, door de buiging veroorzaakt, zou hebben, is dus eene nadere beschouwing dezer handelwijzen noodig, en moeten wij nagaan, in hoever de bedenkingen, die men er tegen ingebragt heeft, gegrond zijn.

De reflexie-waarnemingen werden reeds vóór 1820 gebruikt, onder anderen te Greenwich door Pond, doch eerst in dat jaar heeft Bessel ze aangewend, om de buiging van een'

---

1) Description de l'Observatoire astronomique central de Poulkova, pag. 166.

Meridiaan-cirkel te bepalen, en wel van dien, welken Reichenbach voor het Observatorium te Koningsbergen had vervaardigd [1]). Daarna hebben de meeste sterrekundigen, in navolging van Bessel, ze met dit doel aangewend. De minder goede overeenstemming, tusschen de zeniths-afstanden, door de directe- en door de reflexie-waarnemingen bepaald, bragten deze laatsten echter al spoedig in verdenking, en deed ze door sommige sterrekundigen verwerpen.

Zoo ontzegt Struve [2]) aan de waarde van den coëfficiënt a, uit de reflexie-waarnemingen afgeleid, alle stemregt, en ook Döllen stelt, in zijne *Neue Reduction der Königsberger Declinationen* [3]), deze waarnemingen geheel ter zijde. Hij tracht dit te regtvaaadigen, door aan te nemen, dat golvingen op het kwikoppervlak hierin standvastige afwijkingen van den horizontalen stand teweegbrengen, en voegt daarbij de volgende vreemde opmerking: « Ich stütze mich dabei auf das Argument, dass gleichen Neigungsänderungen der reflectirende Ebne nach Norden und Süden, nicht auch gleiche Verrückungen des Bildchens im Fernrohre ensprechen ; » hetgeen onjuist is, daar eene verandering in de helling van het reflecterend oppervlak, in het vlak van inval, eene dubbel zoo groote afwijking, in de plaats van het gereflecteerde beeld teweegbrengt; onverschillig, in welken zin die verandering plaats vindt.

Door de bewegelijkheid van het kwik, welke echter op eene geälgameerde koperen plaat weinig hinderlijk is, zullen er door den wind of door trillingen wel kleine golfjes op ontstaan, doch, zoo als de waarnemingen doen zien, veranderen die den stand van het reflecterend oppervlak niet. Bij de reflexie-waarnemingen van sterren, vooral van die, welke door hunnen

1) Königsberger Beobachtungen, 7te Abtheilung, pag. 16.

2) Observationes Dorpatenses, Tom. VI, pag. 49.

3) Recueil de Mémoires des Astronomes de l'Observatoire central de Russie, Vol. I, pag. 203.

geringen afstand van de pool, zich langzaam bewegen, kan men zich van de aanwezigheid dezer golfjes, die zeer regelmatig over het kwikoppervlak verdeeld zijn, gemakkelijk overtuigen. Men ziet dan, wanneer kleine trillingen aan den kwikbak worden medegedeeld, naast het hoofdbeeld der ster, twee of meer flaauwe beeldjes ontstaan, soms ook daar boven of beneden, hetgeen afhangt van de gedaante van den kwikbak. Deze beeldjes ontstaan door terugkaatsing op al de zijvlakjes der golven, welke, zoo als uit den stand der beeldjes blijkt, alle evenwijdig zijn aan de zijden van den kwikbak.

Indien deze een regthoek is (zoo als gewoonlijk het geval is), dan heeft men meestal slechts een stelsel golven, evenwijdig aan de langste zijde, en alleen bij sterke trillingen, ontstaan er ook golfjes evenwijdig aan de kortste zijde.

De hellingen van de zijvlakken dezer golfjes, blijven, zooals uit de afstanden der nevenbeeldjes tot het hoofdbeeld blijkt, altijd dezelfde; alleen ontstaan er somtijds, op deze zijvlakjes, andere golfjes, waarvan de zijvlakken hellingen hebben, die 2, 4, of 8 maal kleiner of grooter zijn, en die dus aanleiding geven, tot de vorming van nieuwe nevenbeeldjes, meestal flaauwer dan de eerste, en 2, 4, of 8 maal digter bij het hoofdbeeld, of zoo veel malen er verder van verwijderd.

Die kleine golfjes, die somtijds op de kwik ontstaan, en wier regelmatige vorming ook nog hieruit blijkt, dat de helling van de zijvlakjes, door Faije te Parijs en door mij te Leyden, even groot, namelijk 12″ à 13′ gevonden is, kunnen, naar ik meen, niet de oorzaak zijn van eene verandering, in den algemeenen stand der kwikoppervlakte. Men ziet dan ook geene plaatsverandering van het hoofdbeeld, in den kijker, wanneer de nevenbeeldjes ontstaan of verdwijnen. Hierin is dus geene reden gelegen, om de reflexie-waarnemingen te verwerpen.

Het eenige, wat een' standvastigen invloed zou kunnen uit-

oefenen, op de helling des kwikspiegels, is eene plaatselijke verhooging van de temperatuur, aan een der uiteinden van den kwikbak. Lamont vermeldt [1]) waarnemingen hieromtrent, waarbij hij, door ongelijke temperatuur van de deelen des kwikbaks, verplaatsingen van het teruggekaatste beeld, van 8' zag ontstaan. Hoogst waarschijnlijk, was dit echter ten gevolge van eene sterke kunstmatige verwarming van den kwikbak, aan eene der zijden.

Zulk eene plaatselijke verwarming of bekoeling, heeft welligt ook het vreemde verschijnsel teweeggebragt, dat door Laugier [2]) vermeld is. In de maanden Februarij van 1852 en 1853, heeft hij namelijk hetzelfde twaalftal sterren waargenomen, bij onderste en bovenste culminatie, door onmiddellijk op de ster in te stellen, en het Nadirpunt te bepalen; hij vond toen, voor het gemiddelde verschil, tusschen de hoogten in die beide jaren, bij bovenste culminatie 1,"29, bij onderste culminatie 1,"02. Dit verschil kan niet aan eene verandering in de buiging worden toegeschreven, daar het, bij de sterren, welke op zeer onderscheidene hoogten waren waargenomen, weinig of niet verschilde. De oorzaak moet dus in den Nadirbak gezocht worden, en het is zeer goed mogelijk, dat, door de lage temperatuur van Februarij 1853, welke volgens het gemiddelde der opgaven van Laugier — 0°,9 was, hierin eene standvastige fout is teweeggebragt, die, in Februarij 1852, toen de gemiddelde temperatuur + 2°,8 was, niet bestond.

Deze ongelijke verwarmingen kunnen, bij de vrij lange kwikbakken, die voor de reflexie-waarnemingen gewoonlijk gebruikt worden, zeer gemakkelijk ontstaan; hetzij, door dat het eene einde zich digter bij de geopende luiken bevindt dan het andere, hetzij, door de nabijheid van ligchamen, die een' anderen warmtegraad, dan de omringende lucht bezitten. Deze schadelijke

1) Jahresbericht der Münchener Sternwarte für 1852, pag. 31.
2) Mémoire sur la détermination des distances polaires des étoiles foudamentales, pag. 97.

werkingen zullen, voor een groot deel, vernietigd kunnen worden, door den kwikbak te omringen met slecht geleidende voorwerpen; door hem, van tijd tot tijd, 180° om te draaijen, zal men ze zekerlijk wel geheel opheffen.

Geen van de beide besprokene bronnen van fonten, die, door het gebruik van den kwikbak, in de reflexie-waarnemingen zouden kunnen worden ingevoerd, namelijk de golvingen en de ongelijke verwarmingen, geven dus, naar wij zagen, regt, om deze waarnemingen te verwerpen, zoo als sommige sterrekundigen gedaan hebben. Zoo lang er geene betere gronden tegen zijn aan te voeren, moet men deze wijze van hoogtemeting, als een belangrijk hulpmiddel gebruiken, om de fouten, door de buiging teweeggebragt, te elimineren. De onverklaarde verschillen, tusschen de uitkomsten van de directe- en reflexie-waarnemingen, welke oorzaak zijn dat men deze laatste waarnemingen verdenkt, kunnen veeleer toegeschreven worden aan de fouten, die men, zoowel bij de eene als bij de andere soort van waarnemingen, te vreezen heeft, namelijk die, welke door de refractie, in de buis des kijkers en in zijne onmiddellijke nabijheid, worden teweeggebragt [1]).

Na de reflexie-waarnemingen, moeten wij het omzetten van objectief en oculair nader beschouwen. Om in de waarnemingen, welke men volgens deze methode verrigt, geene nieuwe bronnen van fouten in te slepen, moeten er bepaalde verhoudingen bestaan, tusschen de afmetingen en de gewigten van objectief en oculair, welke door Hansen [2]) volledig zijn ontwikkeld.

Beide deelen moeten dan zoo vervaardigd worden, dat zij dezelfde buigingen veroorzaken, wanneer zij aan hetzelfde uiteinde

---

1) Zie de stukken van Faije. Comptes Rendus. Tome 30, pag. 117, Tome 31, pag. 401, 635, 757.

2) Beschreibung der Einrichtungen welche am Meridiankreise der Seeberger Sternwarte angebracht worden sind, um grössere Genauigkeit in der Beobachtung der Vertikalwinkel zu wege zu bringen. Astron. Nachrichten, 17e Band, pag. 49.

der buis geplaatst worden. Hunne werkingen kan men zich in de beide zwaartepunten vereenigd denken, en dus moet: 1°. de uitgeoefende kracht of de zwaarte, 2°. de ligging van het aangrijpingspunt der kracht, of van het zwaartepunt, ten opzigte van de vaste deelen der buis, bij beiden dezelfde zijn. Deze laatste voorwaarde kan men nog in twee andere splitsen, dat namelijk de afstanden van de zwaartepunten, tot den rand der buis, waaraan oculair en objectief bevestigd worden, gelijk zijn, en dat zij dezelfde ligging hebben, ten opzigte van eene lijn, loodregt op het bevestigingsvlak.

Hansen beschrijft een eenvoudig werktuig, momentometer genaamd, dat dient, om te onderzoeken, of aan deze voorwaarden voldaan is. Het is een metalen hefboom, met gelijke of ongelijke armen, aan het eene einde voorzien van een' ring, wiens vlak loodregt op den hefboom is. In dien ring is een schroefdraad gesneden, waarin objectief en oculair kunnen geschroefd worden. Door er nu beiden beurtelings aan te bevestigen, terwijl het andere uiteinde van den hefboom met een tegenwigt is bezwaard, kan men gemakkelijk de juiste ligging van de zwaartepunten onderzoeken, en dan, des gevorderd, de noodige verbeteringen aan het oculair- en objectief-deel aanbrengen.

De inrigting voor het omwisselen van objectief en oculair is bij verschillende instrumenten aangebragt, o. a. bij den Meridiaan-cirkel van Repsold en den Vertikaal-cirkel van Ertel op den Pulkowa, vervaardigd gedurende de jaren 1834—1838; in 1856 is zij ook ingevoerd bij den cirkel van Reichenbach, te Altona. Bezwaren, welke er aan verbonden zijn, hebben echter deze constructie bij de latere Meridiaan-cirkels, b. v. die van de Heeren Pistor en Martins, doen verwerpen; en reeds in 1841 werd zij, bij den cirkel voor Koningsbergen, van Repsold, op aanraden van dien kunstenaar, achterwege gelaten [1]).

[1]) Königsberger Beobachtungen, 27te Abtheilung, pag. 11.

Omtrent de redenen, welke tot het verlaten van die inrigting geleid hebben, heb ik, alleen bij Gould [1]), een en ander vermeld gevonden, waar deze zich hierover tracht te regtvaardigen, door de gronden aan te voeren, op welke Pistor en Martins, bij de vervaardiging van den cirkel, voor het Observatorium te Albany, het verwisselen van objectief en oculair ten sterkste ontrieden. Bij deze inrigting, wordt namelijk eene volkomene symmetrie, in de beide helften van de buis, vereischt en zoude men dus, of de asymmetrische deelen, zoo als den toestel voor de verlichting in de buis, en de stangen, waarmede die geregeld wordt, moeten weglaten, of wel deze moeten verplaatsen, hetgeen de buiging zou veranderen.

De, volgens hun oordeel, zoo bij uitnemendheid goede verlichtings-toestel, meenden Pistor en Martins niet te mogen opofferen, en zij besloten dus, het omzetten van objectief en oculair achterwege te laten.

Indien dit echter het eenige bezwaar is, zou men dan ook niet in de objectief-helft, de stangen enz., ter regeling van het licht, kunnen aanbrengen, en een tweede stel prisma's in den kubus kunnen plaatsen, welke het licht naar het objectief zenden, en die men naar willekeur kan bedekken; of wel de prisma's beweegbaar maken, zoodat zij, naar verkiezing, het licht naar een van de beide uiteinden terugkaatsen? Andere deelen in de kijkerbuis, zooals de diaphragma's, komen ook voor in die instrumenten, bij welke reeds vroeger de inrigting voor het omzetten is aangebragt. De plaatsing hiervan behoeft dus geen bezwaar meer op te leveren.

Welligt is men echter bevreesd geweest, dat, door het aanschroeven van objectief en oculair, andere spanningen in den kijker zouden ontstaan, welke de buiging zouden kunnen wijzigen.

Een opzettelijk onderzoek, omtrent dit laatste punt, is nog

1) Gould. Reply to the trustees of the Dudley Observatory, pag. 131.

slechts te Altona in het werk gesteld. Met zekerheid laat zich hieruit, zoo als wij later zien zullen, echter niet veel afleiden, zoodat het van groot gewigt zou zijn deze onderzoekingen te herhalen, ter beoordeeling van de bruikbaarheid van de wijze van waarnemen, met het omwisselen van objectief en oculair.

Door de vereeniging van directe- en reflexie-waarnemingen, in beide standen van het instrument, zonder omwisseling van objectief en oculair, worden wel dezelfde termen, uit de formule, welke den invloed der buiging uitdrukt, geëlimineerd, als door de vereeniging der waarnemingen, in beide standen van het instrument, waarbij die omwisseling geschied is, doch, met de Vertikaal-cirkels, kan men, in dit laatste geval, de waarde van a, veel naauwkeuriger bepalen, dan uit de reflexie-waarnemingen mogelijk is. Daarenboven verkrijgt men, door dit omzetten, eene zeer gewenschte controle op de waarnemingen, en men wordt, zoo als boven gezegd is, daardoor in staat gesteld, de aanwezigheid van andere standvastige fouten op te sporen.

Voor het tegenwoordige is men dus niet geregtigd deze handelwijzen te verwerpen, evenmin als de reflexie-waarnemingen. Ondanks de bedenkingen, welke tegen beiden zijn aangevoerd, heb ik ze dan ook in mijne beschouwingen opgenomen.

Bij de waarnemingen van hemellichten oefent de buiging niet alleen onmiddellijk invloed uit op de gemeten hoogten, maar ook middellijk, door de fouten, die zij, bij de bepaling van de verdeelingsfouten, in deze veroorzaakt; het is dan ook noodig, dat men deze fouten elimineert. De handelwijze, volgens welke dit geschieden moet, volgt uit de theorie van de buiging des cirkels van Bessel, en zij is door hem, in zijne reeds genoemde verhandeling over dit onderwerp, medegedeeld.

Bij het bepalen der verdeelingsfouten, welke overigens de methode ook zij, zijn altijd twee mikroskopen, op een' bepaal-

den afstand van elkander geplaatst; men leest dan, bij een' stand van den cirkel, beide mikroskopen af, en verkrijgt hieruit hunnen onderlingen afstand, aangedaan met de fouten van verdeeling, excentriciteit, buiging enz. Wanneer men nu, op de eene of andere wijze, den werkelijken afstand dier mikroskopen bepaalt, en dezen van de vroeger gevondene waarde aftrekt, dan zal de rest gelijk zijn aan de som der fouten van verdeeling, excentriciteit en buiging, waaruit dus de beide laatste fouten moeten geëlimineerd worden, om alleen de eerste overig te houden.

De juiste afstand der mikroskopen wordt meestal verkregen, door den boog, welken hij omvat, op verschillende deelen van den cirkel uit te meten, en van deze uitkomsten het gemiddelde te nemen. De excentriciteit wordt bepaald of geëlimineerd door diametrale aflezingen, zoodat al de bewerkingen, die men bij het bepalen der verdeelings-fouten te verrigten heeft, eenvoudiglijk daarin bestaan, dat men bogen, tusschen twee mikroskopen begrepen, op verschillende deelen van den cirkel uitmeet. Kan men nu, uit iedere zoodanige meting, de fouten der buiging elimineren, dan komen deze natuurlijk ook niet meer voor in de einduitkomst, d. i. in de gevondene waarde der verdeelings-fouten.

Zij nu de deelstreep, welke onder een der mikroskopen gebragt is, α; die, welke zich, ten zelfden tijde, onder het tweede mikroskoop bevindt, β; nemen wij als standvastigen straal dien aan, welke door het nulpunt der verdeeling is getrokken, en zij de hoek, welken deze met de horizontale lijn door het middelpunt des cirkels maakt, u, dan is de fout in den gemeten boog:

$$f(\beta) \operatorname{Cos.} u + f'(\beta) \operatorname{Sin.} u - f(\alpha) \operatorname{Cos.} u - f'(\alpha) \operatorname{Sin.} u,$$

of:

$$\{f(\beta) - f(\alpha)\} \operatorname{Cos.} u + \{f'(\beta) - f'(\alpha)\} \operatorname{Sin.} u.$$

Wanneer men nu nog twee mikroskopen stelt, welke ieder 180° van de eersten verwijderd zijn, vervolgens, door den cirkel 180° te draaijen, hieronder dezelfde deelstrepen α en β brengt, en dan weder den hoek tusschen beiden meet, dan zal de formule, die de fout, door de buiging veroorzaakt, uitdrukt, gevonden worden door, in de vorige formule, u door $180^\circ + u$ te vervangen. Zij wordt dan:

$$\{f(\beta)-f(\alpha)\} \text{ Cos. } (180+u) + \{f'(\beta)-f'(\alpha)\} \text{Sin. } (180+u),$$

of:

$$-\{f(\beta)-f(\alpha)\} \text{ Cos. } u - \{f'(\beta)-f'(\alpha)\} \text{ Sin. } u;$$

dus juist gelijk en in teeken tegengesteld aan de vorige. Het gemiddelde der beide metingen is dus vrij van de fouten, door de buiging veroorzaakt.

Om de verdeelings-fouten te verkrijgen, ontdaan van den invloed der buiging, bepaalt men ze dus tweemaal, eerst met twee mikroskopen, die een' willekeurigen stand hebben, vervolgens met twee mikroskopen, die 180° van de eersten verwijderd zijn, en neemt dan het gemiddelde van beiden.

Hansen behandelt ook het elimineren der buiging, bij het bepalen der verdeelings-fouten [1]). Hij stelt hiertoe insgelijks het gebruik van twee paar mikroskopen voor, die 180° van elkander verwijderd zijn, doch hij wil daarenboven, dat de hoek, dien de beide mikroskopen van elk paar insluiten, een deeler van 180° zij, en dat zij zoo geplaatst zijn, dat de horizontale lijn, door het middelpunt des cirkels getrokken, dien hoek midden door deelt.

Ik geloof niet, dat aan al die voorwaarden, welke Hansen opgeeft, voldaan behoeft te worden.

Wanneer de boog, door de mikroskopen onderspannen, een deeler van 180° is, en men telkens, zoo als in den regel ge-

---

1) Astron. Nachr., Band XVII, pag. 61.

schiedt, het deelpunt, dat bij eene meting van den boog onder het eerste mikroskoop geplaatst is, bij de volgende meting onder het tweede mikroskoop brengt, en zoo den geheelen cirkel rond meet, dan zal, voor elken stand, welken de cirkel verkrijgt, deze ook in een' anderen voorkomen, die er 180° van verschilt. Men bekomt dan, als telkens beide paren van mikroskopen worden afgelezen, twee bepalingen voor de verdeelings-fouten, waarvan het gemiddelde, volgens onze vorige beschouwingen, vrij is van de buigings-fouten. Wij zagen echter boven, dat het hiertoe volstrekt niet noodig is, dat de hoek, tusschen de mikroskopen, een deeler van 180° zij.

Hierbij hebben wij aangenomen, dat de buiging des cirkels door de formule van Bessel volkomen wordt uitgedrukt, en, in dat geval, zal de symmetrische stelling der mikroskopen, ten opzigte van den horizon, geheel overbodig zijn. Nemen wij echter aan, dat er meer termen in de formule voorkomen, en laat ons nagaan in hoe ver deze, door dien bepaalden stand der mikroskopen, geëlimineerd worden.

Zij die formule in het algemeen:

$$\Sigma\, f\,(\alpha)\ \text{Cos.}\ nu + \Sigma\, f'\,(\alpha)\ \text{Sin.}\ nu,$$

waarin u de hoek is, dien de straal, door het nulpunt der verdeeling getrokken, met de horizontale as maakt, en n alle geheele positieve getallen 1, 2, 3 enz. voorstelt. Onderstellen wij verder, dat het paar mikroskopen een' willekeurigen stand heeft, en dat de lijn, welke den hoek tusschen beiden midden door deelt, met de horizontale lijn een' hoek p maakt, dan kunnen wij, door substitutie van $u' + p$ voor u, uit de vorige formule eene andere afleiden, die den vorm:

$$\Sigma\, \varphi\,(\alpha)\ \text{Cos.}\ nu' + \Sigma\, \varphi'\,(\alpha)\ \text{Sin.}\ nu'$$

heeft. Hierin is u' de hoek, dien de straal, door het nulpunt der verdeeling getrokken, maakt met de lijn, welke den hoek, tusschen het mikroskopen-paar, midden door deelt.

Indien nu de mikroskopen symmetriek, ten opzigte van den horizon, geplaatst zijn, zal de fout van de buiging, die nog in de bepaalde verdeelings-fout overig blijft, eene functie zijn van de eerste formule; en indien de mikroskopen een' willekeurigen stand hebben, zoodat de lijn, die hun' hoek midden door deelt, ten opzigte van den horizon eene helling p heeft, zal de fout, die dan in de uitkomst overig blijft, dezelfde functie zijn der tweede formule. Deze beide functiën verschillen dus alleen in de waarde van $f(\alpha)$ en $\varphi(\alpha)$ en van $f'(\alpha)$ en $\varphi'(\alpha)$, en daar, omtrent den vorm dier grootheden, niets met zekerheid kan bepaald worden, is het ook niet mogelijk te zeggen, welke stand der mikroskopen de voordeeligste is. Er bestaat dus ook geene reden, waarom, aan de laatste voorwaarde, door Hansen opgegeven, zou moeten voldaan worden.

§ 2.

De verschillende formulen, welke de fouten voorstellen, door de buiging in de uitkomsten van hoogtemetingen teweeggebragt, willen wij nu op eenige reeksen van waarnemingen toepassen.

Uit den rijken voorraad van waarnemingen, door den onsterfelijken Bessel nagelaten, kiezen wij daartoe die, welke hij, in 1820 en 1821, met den cirkel van Reichenbach, heeft volbragt, en de reeks van hoogtemetingen van de fundamentaal-sterren met den cirkel van Repsold, waarmede hij zich, in de laatste jaren zijns levens, heeft bezig gehouden.

Zoo als reeds boven gezegd is, heeft Bessel het eerst [1]) in 1820 de reflexie-waarnemingen en het omleggen van den cirkel aangewend, om de buiging te elimineren en te bepalen; hij bezigde daartoe twee methoden.

---

1) Königsberger Beobachtungen, VIIte Abtheilung.

Bij de eerste, bepaalde hij den poolsafstand van de Poolster door directe waarnemingen, met omlegging van het instrument, en ook door directe- en reflexie-waarnemingen; bij de tweede, bepaalde hij den poolsafstand van zuidelijke sterren, door directe en reflexie-waarnemingen, in de beide standen van den cirkel.

De directe waarnemingen der Poolster, bij C. O. en C. W., vergeleken met het gemiddelde van de uitkomsten der directe en reflexie-waarnemingen, insgelijks bij C. O. en C. W., geven de vergelijking (β) (pag. 49), waaruit, met verwaarloozing der Sinussen van de onevene veelvouden van $a_{,}$, volgt: $a = -1'',16$. De waarde van dezen coëfficiënt kan niet afzonderlijk worden bepaald voor de onderste en bovenste culminatiën van de Poolster, daar de opgaven van de directe waarnemingen, bij beide doorgangen door den Meridiaan, tot een Poolpunt vereenigd zijn.

Uit de vergelijking der directe- en reflexie-waarnemingen, in één' der standen van het instrument, met het gemiddelde uit de waarnemingen in beide standen, verkrijgt men vergelijking (α) (pag. 49), waaruit, met verwaarloozing der Cosinussen van de onevene veelvouden, gevonden wordt:

bovenste	culminatie:	$A = -0'',275$,
onderste	» :	$A = -0'',125$,
gemiddelde:		$A = -0'',200$.

Daar Bessel niet van een Nadirpunt, maar van een Poolpunt is uitgegaan, kunnen wij de formulen (α), (β) en (γ) niet onveranderd gebruiken, ter bepaling van de buiging uit de waarnemingen op negen zuidelijke sterren, in de «*VIIte Abtheilung der Königsberger Beobachtungen*» medegedeeld. De formulen moeten dan eene kleine verandering ondergaan.

Als namelijk P de zeniths-afstand van de pool is, $p_{,}$ en $p'_{,}$ de aflezingen van het Poolpunt, in de beide standen van het instrument, dan worden de zeniths-afstanden:

C. O. D. $z = a_{,} - p_{,} + \mathrm{P}$

$- a\,(\mathrm{Sin.}\ a_{,} - \mathrm{Sin.}\ p_{,}) + b\,(\mathrm{Sin.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Sin.}\ 2\,p_{,}) - \ldots\ \mathrm{enz.}$

$- \mathrm{A}\,(\mathrm{Cos.}\ a_{,} - \mathrm{Cos}\ p_{,}) + \mathrm{B}\,(\mathrm{Cos.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Cos.}\ 2\,p_{,}) - \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \varphi\,(a_{,}) - \varphi\,(p_{,}).$

C. O. R. $z = p_{,} - a'_{,} - \mathrm{P} + 180^{\circ}$

$+ a\,(\mathrm{Sin.}\ a_{,} - \mathrm{Sin.}\ p_{,}) + b\,(\mathrm{Sin.}\ 2\,a_{,} + \mathrm{Sin.}\ 2\,p_{,}) + \ldots\ \mathrm{enz.}$

$- \mathrm{A}\,(\mathrm{Cos.}\ a_{,} + \mathrm{Cos.}\ p_{,}) - \mathrm{B}\,(\mathrm{Cos.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Cos.}\ 2\,p_{,}) - \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \varphi\,(p_{,}) - \varphi\,(a'_{,}).$

C. W. D. $z = p'_{,} + \mathrm{P} - a''_{,}$

$- a\,(\mathrm{Sin.}\ a_{,} - \mathrm{Sin.}\ p_{,}) + b\,(\mathrm{Sin.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Sin.}\ 2\,p_{,}) - \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \mathrm{A}\,(\mathrm{Cos.}\ a_{,} - \mathrm{Cos.}\ p_{,}) - \mathrm{B}\,(\mathrm{Cos.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Cos.}\ 2\,p_{,}) + \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \varphi\,(p'_{,}) - \varphi\,(a'_{,}).$

C. W. R. $z = a'''_{,} - p'_{,} - \mathrm{P} + 180^{\circ}$

$+ a\,(\mathrm{Sin.}\ a_{,} - \mathrm{Sin.}\ p_{,}) + b\,(\mathrm{Sin.}\ 2\,a_{,} + \mathrm{Sin.}\ 2\,p_{,}) + \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \mathrm{A}\,(\mathrm{Cos.}\ a_{,} + \mathrm{Cos.}\ p_{,}) + \mathrm{B}\,(\mathrm{Cos.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Cos.}\ 2\,p_{,}) + \ldots\ \mathrm{enz.}$

$+ \varphi\,(a_{,}) - \varphi\,(p'_{,}).$

Het gemiddelde der vier waarnemingen geeft, even als met de bepaling van het Nadirpunt:

$$z = \tfrac{1}{4}(a_{,} - a'_{,} - a''_{,} + a'''_{,}) + 90^{\circ} + b\,\mathrm{Sin.}\ 2\,a_{,} + d\,\mathrm{Sin.}\ 4\,a_{,} + \ldots\ \mathrm{enz.}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\{\varphi\,(a_{,}) - \varphi\,(a'_{,})\}.$$

De vergelijkingen (α), (β) en (γ) worden:

$$0 = \tfrac{1}{4}\,(a'_{,} - a_{,} - a''_{,} + a'''_{,}) + \mathrm{A}\,\mathrm{Cos.}\ a_{,} + \mathrm{C}\,\mathrm{Cos.}\ 3\,a_{,} + \ldots\ \mathrm{enz.} \quad (\alpha')$$

$$0 = -\mathrm{P} - \tfrac{1}{2}\,(p'_{,} - p_{,}) + \tfrac{1}{4}\,(-a_{,} - a'_{,} + a''_{,} + a'''_{,})$$
$$+ 90^{\circ} + a_{,}\,(\mathrm{Sin.}\ a_{,} - \mathrm{Sin.}\ p_{,}) + b\,\mathrm{Sin.}\ 2\,p_{,}$$
$$+ c\,(\mathrm{Sin.}\ 3\,a_{,} - \mathrm{Sin.}\ 3\,p_{,}) + d\,\mathrm{Sin.}\ 4\,p_{,} + \ldots\ \mathrm{enz.}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,(2\,t - r - s - q) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\beta_{,})$$

$$0 = \tfrac{1}{4}\,(-a_{,} - a'_{,} - a''_{,} - a'''_{,}) + \tfrac{1}{2}\,(p_{,} + p'_{,}) - \mathrm{A}\,\mathrm{Cos.}\ p_{,}$$
$$- \mathrm{B}\,(\mathrm{Cos.}\ 2\,a_{,} - \mathrm{Cos.}\ 2\,p_{,}) - \mathrm{C}\,\mathrm{Cos.}\ 3\,p_{,}$$
$$- \mathrm{D}\,(\mathrm{Cos.}\ 4\,a_{,} - 4\,p_{,}) + \ldots\ \mathrm{enz.}$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,\{\varphi\,(p_{,}) + \varphi\,(p'_{,}) - \varphi\,(a_{,}) - \varphi\,(a'_{,})\} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\gamma)$$

Hierin is t de fout, door de refractie in de buis des kijkers oorzaakt, wanneer hij op het Poolpunt is gerigt, terwijl n q hunne eerste beteekenis hebben behouden.

Nemen wij voor P het complement der poolshoogte: 35° 17′ 9″,21 aan, zoo als die uit de verschillende waarnemingen der Poolster, in de jaren 1820 en 1821, volgde, indien deze nog niet verbeterd zijn voor verdeelings-fouten; of kleine fouten in de aangenomen refractie (de latere waarnemingen, met de cirkels van Reichenbach en Repsold, doen zien, dat deze waarde voor de breedte niet veel fout kan zijn), dan verkrijgen wij, uit de negen zuidelijke sterren, met verwaarloozing der Sinussen en Cosinussen van de veelvouden van $a_{,}$:

uit vergelijking (α') $A = -0'',31$,
en » » (β') $a = -1'',06$,

hetgeen zeer goed sluit op de vorige bepalingen.

Indien wij het gemiddelde, $-0'',26$, van de beide waarden, die voor A gevonden zijn, overbrengen in de vergelijking (γ'), dan verkrijgt men de waarde van:

$$\tfrac{1}{2}\{\varphi(p_{,}) + \varphi(p'_{,}) - \varphi(a_{,}) - \varphi(a'_{,})\}.$$

welke ook afgeleid kan worden uit de onmiddellijke bepalingen der verdeelings-fouten. Beide waarden voor deze uitdrukking komen, ter vergelijking, naast elkander voor in het volgende tafeltje:

Namen der sterren.	$\tfrac{1}{2}\{\varphi(p_{,})+\varphi(p'_{,})-\varphi(a_{,})-\varphi(a'_{,})\}$.	
	Uit formule (γ').	Uit de onmiddellijke bepalingen.
θ Leonis.	— 0″,02	— 0″,02
β Leonis.	— 0″,27	— 0″,03
ζ Bôotis	+ 0″,11	— 0″,04
α Pegasi.	— 0″,05	— 0″,05
γ Pegasi.	— 0″,05	— 0″,05
α Leonis.	— 0″,30	— 0″,06
α Ophiuchi	— 0″,08	— 0″,05
σ Leonis.	+ 0″,48	— 0″,05
α Serpentis	+ 0″,24	— 0″,05

Bij de beide laatsten zijn de afwijkingen, tusschen de twee waarden van de verdeelings-fouten, vrij aanzienlijk, doch Bessel merkt bij de reflexie-waarnemingen van deze sterren op, dat zij onzeker zijn, daar, bij de waarneming, het onderste luik moest geopend worden, hetgeen schadelijke luchtstroomingen veroorzaakte.

Daar het verschil in hoogte van deze negen sterren niet groot is (bij de uiterste bedraagt dit 9°,5), kunnen wij het gemiddelde nemen van al die uitkomsten; wij verkrijgen dan hiervoor:

uit de formule: . . . . — 0",02,
uit de onmiddelijke bepalingen: — 0",04,

welke overeenkomst ons een bewijs is, en van de naauwkeurigheid, waarmede A bepaald is, en van de niet-aanwezigheid van termen met de Cosinussen der veelvouden van a_r.

Aan de juistheid van deze waarde voor de buiging, begon Bessel in de jaren 1823 en 1824 te twijfelen, daar hij toen eene kleinere poolshoogte, dan vroeger, verkreeg. Hij bepaalde daarom in 1824, door op elkander gerigte kijkers, de buiging in den horizon, en vond voor a, in plaats van 1", nu 0", terwijl de waarnemingen van sterren, in de verschillende jaren, geene verandering in de buiging verrieden.

Bessel meende dit verschil te moeten toeschrijven aan de onjuistheid zijner onderstelling, dat de formule voor de buiging alleen Sin. a_r en Cos. a_r zou bevatten; ik geloof echter niet, dat hierin de verklaring van dit verschijnsel moet gezocht worden. Het is namelijk moeijelijk aan te nemen, dat, bij eene dishomogeniteit, welke eene buiging van ongeveer 0",7 veroorzaakt, als de kijker op een' zeniths-afstand van 40°, hetzij naar het Noorden, hetzij naar het Zuiden, is gerigt, de buiging in den horizontalen stand, geheel nul zou zijn. Döllen, die over deze waarnemingen van Bessel eene verhandeling in het licht heeft gegeven (zie pag. 58), meent, dat de oor-

zaak gezocht moet worden in onregelmatigheden van het oppervlak der reflecterende vloeistof, en om deze reden, verwerpt hij, zoo als reeds vroeger vermeld is, dan ook de reflexie-waarnemingen.

De waarde van $a = 0''$, die uit de bepaling der horizontale buiging, met op elkander gerigte kijkers, volgt, beschouwt Döllen, op vrij losse gronden, ook als onjuist, en hij berekent vervolgens, hoe groot de coëfficiënt a moet zijn, om overeenstemming te brengen, tusschen de Declinatiën der zon, welke onmiddellijk met den Meridiaan-cirkel zijn bepaald, en die, welke berekend zijn uit de waargenomene Regte-Opklimmingen, in verband met de schuinsheid der Ecliptica. Bij de waarde van de buiging, door Bessel aangenomen, was het verschil, tusschen die Declinatiën, 0'',79 [1]), en om dit verschil gelijk nul te maken, moest $a = 0'',56$ worden genomen; deze waarde beschouwt Döllen nu als de juiste, en gebruikt haar bij zijne verdere herleidingen.

Er zijn echter zekerlijk geene waarnemingen, waarbij men meer fouten te vreezen heeft, dan juist die van de zon, hetzij door plaatselijke verwarmingen van het instrument, hetzij door veranderingen in de refractie. Ook Struve vond zoodanig verschil van 0'',44 [2]), tusschen de waargenomene en berekende zonsplaatsen, in denzelfden zin als Bessel, zonder dat hij er eene oorzaak voor wist te vinden. Bij zijne vroegere berekeningen [3]), had hij eene volkomene overeenstemming gevonden, en dit heeft welligt Döllen, die van de latere uitkomsten van Struve nog geene kennis droeg, verleid, om de waarnemingen van de zon, als toets voor de coëfficiënten van de buigings-

1) Königsberger Beobachtungen, Xte Abtheilung, pag. 11.

2) Stellarum fixarum, imprimis duplicium et multiplicium, positiones mediae. Introductio.

3) Observationes Dorpatenses, Vol. VI.

formule te beschouwen. De waarde voor *a*, welke Döllen heeft aangenomen, verdient dus ook geen vertrouwen.

Ik geloof dat de bepaling, met op elkander gerigte kijkers, de meest zekere is, en dat het verschil, tusschen de uitkomst, welke zij voor *a* oplevert, en die, welke uit de andere waarnemingen volgt, voor een groot deel moet verklaard worden door eene afwijking, welke de lichtstraal in en bij den kijker ondervindt, door de ongelijke temperatuur der lucht. Deze fout zal, bij de waarnemingen van de zon, een geheel ander bedrag hebben, dan bij die van sterren des nachts, doch zij zal nagenoeg dezelfde zijn, voor waarnemingen van sterren op gelijke zeniths-afstanden ten Noorden en ten Zuiden van het instrument. Van daar dan ook, dat de waarden van *a*, afgeleid uit de Poolster, en de groep van zuidelijke sterren, welke beiden ongeveer gelijke hoogten ter wederzijde van het zenith hebben, zoo goed overeenstemmen.

Döllen heeft ook een onderzoek ingesteld, omtrent den coëfficiënt A. Daar Bessel, in de berekening hiervan, de reflexie-waarnemingen had opgenomen, wordt diens uitkomst door Döllen verworpen, hoewel constante fouten in den kwikbak niet den minsten invloed hebben op deze grootheid.

Bij zijne bepaling van A, gebruikt Döllen alleen de directe waarnemingen van negen-en-vijftig sterren in onderste en bovenste culminatie, bij de twee standen van het instrument volbragt. Deze handelwijze is echter zeer onnaauwkeurig; de coëfficiënten van A in de vergelijkingen, welke uit elke der gemetene hoogten worden afgeleid, zijn namelijk zoo klein, dat kleine fouten in de waarnemingen sterk vergroot op A overgaan. De sterren, welke hij gebruikt heeft, liggen tusschen de pool en een' poolsafstand van 50°; de coëfficiënten van A verkrijgen dan de volgende waarden, in de vergelijkingen, voor die verschillende pool-afstanden:

Poolsafstand.	Coëfficiënt van A.
+ 50°	0,15
+ 30°	0,18
+ 10°	0,09
— 10°	0,11
— 30°	0,40
— 50°	0,73

De negatieve poolsafstand beteekent, in dit tafeltje, een' stand beneden de pool, als dus de sterren in hunne onderste culminatie zijn. Daar de breedte van Koningsbergen omtrent 54° is, zoo zullen alleen bij die sterren, waarvan de waarnemingen, door den lagen stand, te onnaauwkeurig zijn, de coëfficiënten van A groot genoeg zijn, om met eenige zekerheid die onbekende uit de vergelijkingen te kunnen doen bepalen. Bij al de overige sterren zijn die coëfficiënten te klein, en verdienen de hieruit berekende waarden van A geen vertrouwen.

In de vergelijking, waarvan Bessel zich bediend heeft, was de coëfficiënt nagenoeg 0,8; A wordt dus hieruit veel naauwkeuriger berekend. Dit blijkt ook uit de waarschijnlijke fouten van beide bepalingen. Döllen gebruikt 107 sterreplaatsen, en vond voor de waarschijnlijke fout van zijne einduitkomst: 0″,08, terwijl Bessel, die slechts 9 sterreplaatsen bezigde, hiervoor 0″,048 verkreeg.

In de formule (γ) vinden wij nog een bewijs voor de onjuistheid van A, door Döllen gelijk + 0″,16 gevonden; want indien men die waarde in de genoemde vergelijking stelde, dan zou het gemiddelde der verdeelings-fouten, hieruit afgeleid, 0″,36 met de onmiddellijk bepaalde verschillen, terwijl dit verschil slechts 0″,02 bedraagt, als men de waarde van Bessel aanneemt.

Gaan wij nu over tot de reeks van waarnemingen op de fundamentaal-sterren, door Bessel, in het laatst zijns levens, met den cirkel van Repsold volbragt [1]).

1) Königsberger Beobachtungen, XXVIIte Abtheilung.

Luther heeft [1]) de formule a Sin. a, + A Cos. a aangenomen en uit de waarnemingen de beide coëfficiënten berekend. Wij willen ons hier echter alleen bezig houden met het onderzoek naar de coëfficiënten van de Cosinussen, daar er, op de bepaling van de coëfficiënten der Sinussen, geene controle bestaat.

De mikroskopen van den Meridiaan-cirkel van Repsold te Koningsbergen zijn door dwarsstaven tot een raam vereenigd, waarvan de stand, door middel van een niveau, kan bepaald worden. Hoewel dit, vooral in de eerste jaren, bij de meeste waarnemingen geschied is, zoo zijn de verbeteringen, welke uit die bepalingen kunnen afgeleid worden, niet aan de uitkomsten toegevoegd. Doet men dit, dan bespeurt men, aan de meerdere standvastigheid van het Nadirpunt, dat de invloed van veranderingen in den stand van het instrument, hierdoor werkelijk, voor een groot deel, wordt opgeheven, zooals ook Peters, bij den cirkel te Altona, bemerkte [2]). Deze verbeteringen zullen dus, in het algemeen, de naauwkeurigheid der waarnemingen verhoogen.

Bij de hoogtemetingen, welke door Bessel met het instrument van Repsold zijn verrigt, zijn zij echter van minder beteekenis, wegens de veelvuldigheid der Nadir-bepalingen, zoodat, slechts voor een zeer klein tijdsverloop, op den vasten stand van het instrument behoefde vertrouwd te worden. Ik heb ze evenwel berekend en aan de uitkomsten toegevoegd, hetgeen echter niet altijd mogelijk was, daar, bij de latere waarnemingen, de stand van het niveau slechts enkele malen werd opgeteekend.

De verbeteringen voor de gemiddelden van eene reeks directe- of reflexie-waarnemingen, in een' der standen van het instrument, zijn, wegens het aanzienlijk aantal Nadir-bepalingen, niet groot, en klimmen slechts in enkele gevallen tot 0,"2 à 0,"3 op, terwijl zij, voor de einduitkomst uit al de hoogtemetingen van eene ster, natuurlijkerwijze nog kleiner zijn.

1) Astronomische Nachrichten, Band 45, pag. 304.
2) Astronomische Nachrichten, Band 45, pag. 65.

Zoo wij uit al de waarnemingen, volgens formule (α), op de gewone wijze, A berekenen, en die in formule (γ) overbrengen, zullen de waarden, welke wij voor $\frac{1}{2}\{\varphi(360-a_,)+\varphi(a_,)\}$ verkrijgen, niet de verdeelingsfouten voorstellen, daar deze reeds aan de uitkomsten zijn toegevoegd, doch zij zullen gelijk zijn aan de fouten, welke in die aangebragte verbeteringen nog zijn overig gebleven.

Noemen wij:

$$\text{A Cos. } a_, + \text{C Cos. } 3a_, + \text{E Cos. } 5\,a_, + \ldots \text{ enz} = m,$$
$$-\text{B Cos. } 2\,a_, - \text{D Cos. } 4\,a_, - \text{F Cos. } 6\,a_, - \ldots \text{ enz.}$$
$$-\text{A}+\text{B}-\text{C}+\text{D}-\ldots \text{enz.} - \tfrac{1}{2}\{\varphi(a_,)+\varphi(360-a_,)\} = n,$$

dan kunnen deze grootheden, voor elke der waargenomen sterren, uit de formulen (α) en (γ) berekend worden. Om de toevallige fouten te verminderen, zijn de sterren, welke weinig in Declinatie verschillen, bij elkander gevoegd, en zoo in het volgende tafeltje bijeen gebragt, met de waarde van A, welke uit m volgt, als de termen met de Cosinussen der veelvouden worden verwaarloosd, en die van $\frac{1}{2}\Big\{\varphi(a_,)+\varphi(360-a_,)\Big\}=o$, welke uit n volgt, na substitutie van A en insgelijks met verwaarloozing der Cosinussen van de veelvouden van $a_,$.

STERRENGROEPEN.	$a_,$	m	A	n	o
α Canis maj. — 2α Librae. .	250°39′	— 0,″03	+ 0,″09	+ 0,″19	— 0,″25
α Virginis — α Hydrae . . .	243°37′	+ 0,″08	— 0,″18	+ 0,″02	— 0,″08
α Aquarii — α Ceti	233°31′	+ 0,″07	— 0,″12	— 0,″26	+ 0,″20
α Canis min. — α Orionis. .	228°13′	— 0,″09	+ 0,″12	— 0,″01	— 0,″05
α Aquilae — α Leonis. . . .	223°41′	— 0,″04	+ 0,″06	— 0,″04	— 0,″02
γ Pegasi — β Leonis	220°2′	— 0,″13	+ 0,″17	+ 0,″08	— 0,″14
α Tauri — α Ariëtis.	215°3′	— 0,″02	+ 0,″03	— 0,″04	— 0,″02
α Coronae — β Tauri	206°38′	— 0,″09	+ 0,″10	— 0,″07	+ 0,″01
α Geminorum — α Lyrae . .	199°17′	+ 0,″09	— 0,″10	— 0,″13	— 0,″07
α Cygni — α Aurigae	189°26′	— 0,″13	+ 0,″13	— 0,″24	+ 0,″18

De waarnemingen op α Scorpii, 1 α Librae, 1 α Capricorni, 2 α Capricorni en β Virginis, zijn niet mede in de berekeningen opgenomen, daar er geene reflexie-waarnemingen of slechts enkele directe waarnemingen van zijn opgegeven.

Indien men het gewigt van eene waarneming op eene hooge en op eene lage ster gelijk stelt, vindt men, met in rekening brengen van het aantal waarnemingen, waarop elke bepaling van A berust:

$$A = + 0{,}''06.$$

Uit de waarnemingen van Polaris volgt:

bij bovenste culminatie: $A = - 0{,}''01$;
bij onderste culminatie: $A = + 0{,}''14$;
dus het gemiddelde: $A = + 0{,}''06$.

Deze waarde is nu in n overgebragt, en zoo a gevonden. Indien de verdeelingsfouten naauwkeurig bepaald, en geene Cosinussen van de veelvouden van $a_,$ aanwezig waren, zouden de getallen in de laatste kolom nul moeten zijn. Dit is echter niet het geval, en zelfs is er eenigen gang in te bespeuren ($+ 0{,}''20$, uit α Aquarii — α Ceti, berust slechts op de waarnemingen dezer beide sterren), die schijnt te wijzen op eene afwijking van de formule a Sin. $a_,$ + A Cos. $a_,$, welligt ten gevolge [illegible] buiging des cirkels. Het is moeijelijk te bepalen, welke Cosinus-termen nog bij deze formule zouden moeten [illegible] om dit verschil op te heffen, daar [illegible] is, en men, door verschil[illegible], dit doel kan bereiken. Welke [illegible] invloed verdwijnt uit het ge[illegible] reeksen van waarnemingen, op [illegible]

[illegible] hebben eenige sterrekundigen zich [illegible] de buiging, uit waarnemingen van [illegible] en onder dezen, in de eerste plaats, [illegible]lander te Abo.

Te Dorpat bevond zich een Meridiaan-cirkel van Reichenbach, even als die te Koningsbergen, en, op volkomen dezelfde wijze als Bessel, bepaalde Struve [1]), door de Poolster, door zuidelijke sterren met inachtneming van het Poolpunt, en door op elkander gerigte kijkers, den coëfficiënt *a*. Den coëfficiënt A heeft hij niet berekend, daar, door het instrument dikwijs om te leggen, de invloed van den Cosinus-term, uit het gemiddelde der waarnemingen, zoo zij in beide standen evenveel in aantal zijn, verdwijnt.

De waarde van *a*, uit de Poolster afgeleid, sluit vrij wel op die, welke door op elkander gerigte kijkers was bepaald. Uit 83 waarnemingen van zuidelijke sterren verkrijgt men echter eene geheel andere uitkomst, en zoo men deze in overeenstemming met de vorigen wilde brengen, zou, aan het gemiddelde van al de directe- of reflexie-waarnemingen, 0",93 moeten worden toegevoegd. Struve verwerpt om deze reden de reflexie-waarnemingen, en neemt de waarde van *a* aan, welke uit de bepaling met op elkander gerigte kijkers voortvloeit.

De waarnemingen van de zuidelijke sterren worden niet afzonderlijk opgegeven, zoodat de juistheid der hieruit afgeleide uitkomsten niet kan beoordeeld worden. Dat echter, even als elders, onbekende standvastige fouten in het spel waren, bleek ook uit het reeds vermelde verschil, tusschen de waargenomene en berekende Declinatiën van de zon, welk verschil, in plaats van opgeheven te worden als men de waarde van *a* uit de zuidelijke sterren bezigt, in dit geval nog veel grooter wordt.

Den coëfficiënt A kunnen wij eenigermate bepalen, uit de directe- en reflexie-waarnemingen van Polaris, waarvan 7 bij C. W. en 10 bij C. O. zijn volbragt; hieruit volgt:

$$A. \text{Cos.}\, 146^\circ 44' = -0{,}55\, A = 0'',16.$$

---

1) Observationes Dorpatenses, Vol. VI.

Verder geeft Struve [1]) nog het verschil op, tusschen de Declinatiën van eenige groepen van sterren, bij de twee standen van het instrument. Indien wij de waarnemingen gelijkelijk over die groepen verspreid onderstellen, dan volgt:

uit de fundamentaal-sterren:

$$A\,(\text{Cos.}\,223^0 - \text{Cos.}\,146^0 44') = -\,0,18\,A = -\,0'',02;$$

uit sterren in bovenste culminatie:

$$A\,(\text{Cos.}\,173^0 - \text{Cos.}\,146^0 44') = -\,0,44\,A = -\,0'',09.$$

De waarnemingen van sterren in onderste culminatie, kunnen wij hier niet gebruiken, daar het niet duidelijk is, hoe Struve de Declinatiën beneden de pool gerekend heeft.

Hoewel, uit de drie vermelde vergelijkingen, A niet met zekerheid kan berekend worden, blijkt het echter dat zij niet groot kan zijn, en daar, door herhaalde omleggingen, de Cosinus-termen zoo veel mogelijk geëlimineerd zijn, kan men gerustelijk aannemen, dat zij op de Declinatiën, te Dorpat bepaald, geen' merkbaren invloed hebben uitgeoefend.

Eenigen tijd na Struve, heeft Argelander [2]), ook op de wijze, welke door Bessel is aangegeven, de buiging onderzocht, door waarnemingen van Polaris. Zijne daaruit verkregene uitkomst, voor den coëfficiënt van Sin. $a_{,}$, sluit vrij wel op die, welke door op elkander gerigte kijkers was verkregen, terwijl ook de waarden van A, uit de onderste en bovenste culminatiën van [illegible] afgeleid, niet meer verschillen, dan uit de toevallige [illegible] kan verklaard worden.

[illegible] waarnemingen, waaraan men deze uitkomsten nader [illegible] toetsen, worden door Argelander niet opgegeven, [illegible] wij ook hier in het onzekere blijven, omtrent de ge[illegible] waarden.

---

1) Positiones mediae, pag. 35.

2) Observationes Astronomicae [illegible] in Universitatis litterariae Fennicae factae, tomus II.

Te Greenwich worden telkens, met den grooten Meridiaancirkel, de plaatsen van eenige sterren door reflexie- en directe waarnemingen bepaald. Het omleggen, dat noodzakelijk is zoo men de Cosinus-termen uit de formule voor de buiging wil elimineren, wordt hier achterwege gelaten, zoodat alleen de coëfficiënt van den Sinus-term, uit de waargenomene zeniths-afstanden, kan worden afgeleid.

Al de gemetene hoogten, zoo als zij in de *Greenwich Observations* voorkomen, zijn eerst verbeterd voor de buiging, die men, door middel van horizontale op elkander gerigte kijkers, bepaald heeft, en deze verbetering wordt eenvoudiglijk evenredig aan den Sinus van den zeniths-afstand gesteld. Indien dit werkelijk het geval, en de gebruikte coëfficiënt van Sin. *a*, juist ware, dan moesten de directe- en reflexie-waarnemingen, na die aangebragte verbeteringen, dezelfde uitkomsten opleveren. Dit is echter zoo niet, zoo als in de *Greenwich Observations*, van 1851 af, te zien is, en de verschillen tracht men telken jare voor te stellen door eene formule: $a + b$ Sin. z, waarvan de coëfficiënten in de *Greenwich Observations* voorkomen. Zij zijn de volgende:

1851	+ 0″,10 — 0″,24 Sin. z,
1853	— 0″,06 — 0″,29 Sin. z,
1854	— 0″,03 — 0″,33 Sin. z,
1855	— 0″,01 — 0″,26 Sin. z,
1856	— 0″,01 — 0″,37 Sin. z,
1857	— 0″,04 — 0″,42 Sin. z,
1858	+ 0″,05 — 0″,28 Sin. z,
1859	+ 0″,17 — 0″,56 Sin. z,
1860	+ 0″,04 — 0″,28 Sin. z.

De eerste term, d. i. eene standvastige fout, hetzij in het Nadir, hetzij in de reflexie-waarnemingen, blijkt zeer gering te zijn, of liever niet te bestaan. De coëfficiënt van den tweeden term schijnt echter werkelijk eene bepaalde grootte te

hebben. Dit is evenwel weinig meer dan schijn, want de waarnemingen, waaruit die uitkomst is afgeleid, bezitten eene veel te geringe naauwkeurigheid, zoodat, door het aanbrengen van deze tweede verbetering, de verschillen tusschen de directe- en reflexie-waarnemingen slechts weinig verminderd worden. Daarenboven is de eerste verbetering voor de buiging, welke, te gelijk met de verdeelings-fouten, dadelijk aan de waarnemingen is toegevoegd, niet altijd dezelfde, en ook niet die, welke, als de waarschijnlijkste, uit al de bepalingen met op elkander gerigtte kijkers zou volgen.

Marth heeft in eene verhandeling: *On the polar distances of the Greenwich Transit-circle* [1]) de waarnemingen der vier eerste jaren, wat de buiging aangaat, op nieuw berekend, en hieruit gevonden, dat, wanneer men voor de buiging 0",50 Sin. z aanneemt, zoo als van 1853 tot 1857 is geschied, de coëfficiënt met 0",05 moet verminderd worden [2]), indien men namelijk de termen met de veelvouden van z verwaarloost. Eene grootere verandering in deze grootheid laat zich echter nog zeer goed overeenbrengen met de waarschijnlijke fouten der waarnemingen, zoodat deze zoogenaamde nadere verbetering: $a + b$ Sin. z, volstrekt op geene vaste gronden rust. Met het oog ook op de later bekend gemaakte uitkomsten, kan men dus geheel instemmen met de woorden van Marth (pag. 204 van zijne bovengenoemde verhandeling): « Whether the assumed law of the flexure [illegible] the correct one for the Greenwich Transit-circle [illegible] an open question, since there is no [illegible] form an opinion ».

[illegible] waarnemingen, aan andere sterre-[illegible] voor zoo ver zij mij bekend zijn, [illegible] te laten dat men er iets, omtrent

[1]) [illegible] XXI, pag. 577.

[2]) [illegible] te Greenwich [illegible]

Zoo vermeldt Laugier, in zijne reeds genoemde *Mémoire sur la détermination des distances polaires des étoiles fondamentales*, slechts een achttal reflexie-waarnemingen van Polaris, en hoewel hij, tusschen deze en de directe waarnemingen, het toch niet zoo gering te schatten verschil 0″,44 vond, zegt hij dat de buiging veiliglijk mag verwaarloosd worden. Verder heeft hij dan ook geene waarnemingen gedaan, om dit deel der buiging, hetgeen van Sin. z afhangt, te bepalen. Daar de Muur-cirkel, welke hij gebruikte, natuurlijkerwijze niet omgelegd kon worden, is ook de invloed van de Cosinus-termen, in de formule voor de buiging, evenmin bepaald als uit de waarnemingen geëlimineerd.

De waarnemingen, door Brünnow volbragt op α, δ en λ, Ursae minoris, in hunne beide culminatiën, ter bepaling van de breedte van het Dudley Observatory [1]), zijn talrijker dan die van Laugier, doch Nadir-bepalingen ontbreken, zoodat alleen uit de waarnemingen, in beide standen van het instrument, de Cosinus-term kan bepaald worden. De gemiddelde waarde van A, uit vrij goed op elkander sluitende uitkomsten, bedraagt 0″,77. Door het gemis van het Nadirpunt, kan vergelijking (γ) niet ter controle toegepast worden.

Zijn de reeksen van bepalingen der zeniths-afstanden, door directe- en reflexie-waarnemingen, niet talrijk, zoo zijn die, waarbij men de omwisseling van objectief en oculair heeft toegepast, nog veel geringer. De eenige sterrewacht, van waar deze waarnemingen mij in grooten getale bekend zijn, is die op den Pulkowa, waar Peters ze met den Vertikaal-cirkel van Ertel volbragt heeft, ter bepaling van de parallaxis van acht vaste sterren [2]). Daar, met dit instrument, eene hoogte-bepaling wordt verrigt door twee instellingen bij C. O. en C. W.,

1) Astronomical Notices, n°. XVIII.

2) C. A. F. Peters, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes. Recueil de mémoires des astronomes de l'Observatoire central de Russie, vol. II.

verdwijnen hieruit dadelijk de Cosinus-termen. De verschillen, die men verkrijgt, na omwisseling van objectief en oculair, zijn dus alleen een gevolg van de Sinus-termen.

Uit de waarnemingen van Polaris, die het talrijkste zijn, heeft Peters den coëfficiënt *a* berekend; hieruit de buiging voor elk der zeven overige sterren bepaald, en deze vergeleken met die, welke uit de waarnemingen van deze sterren volgde. De verschillen tusschen deze grootheden zijn dan zoo gering, dat, hoewel de waarnemingen, waarop zij berusten, zeer naauwkeurig zijn, men ze toch aan toevallige fouten kan toeschrijven. Tusschen de zeniths-afstanden van 11° en 40°, waarbinnen de waargenomene sterren liggen, voldoet dus de formule: *a* Sin. *z* aan de wet, welke de buiging volgt, als men de Cosinus-termen buiten rekening laat.

Vroeger was deze coëfficiënt *a* langs een' anderen weg bepaald en toen veel grooter gevonden; daarna was echter de kijker van den cirkel afgenomen en de aanrakings-vlakte afgeslepen, zoodat hierdoor welligt dit verschil kan verklaard worden. Eene hernieuwde bepaling van dien coëfficiënt, in den gewijzigden toestand van het instrument, door middel van kijkers, vind ik nergens vermeld.

Aan deze uitkomst, al leert zij ook slechts een deel van de buiging kennen, kunnen wij evenwel groote waarde hechten, daar zij vrij is van de meeste standvastige fouten, welke op de waarnemingen invloed kunnen hebben en, in de eerste plaats, van die, welke door de ongelijke verdeeling van de warmte worden veroorzaakt. Door den bouw van het dak en de ruime Meridiaan-openingen, was namelijk de temperatuur binnen en buiten de zaal weinig verschillend, terwijl, zoo als wij vroeger zagen, kleine standvastige fouten, door refractie in en bij de buis des kijkers, uit de waarde van *a* verdwijnen.

Indien, door het omzetten van objectief en oculair, andere spanningen in de buis waren teweeggebragt, die de buiging

wijzigden, had zich dit in de uitkomsten voor a moeten openbaren. De overeenstemming tusschen die waarden is dus een waarborg, dat eene dergelijke fout, ten minste bij den Vertikaal-cirkel op den Pulkowa, niet te vreezen is.

Uit de verschillende reeksen van waargenomene zeniths-afstanden, die wij hebben nagegaan, laten zich weinig algemeene gevolgtrekkingen, omtrent de fouten door de buiging veroorzaakt, afleiden, daar men zoo weinig weet van de andere bronnen van fouten, die bij de waarnemingen kunnen voorkomen. Bij de Meridiaan-cirkels doen zij vooral hunnen invloed gevoelen op den coëfficiënt van den Sinus-term; aan geene sterrewacht zijn dan ook, zoo ver mij bekend is, voor dezen coëfficiënt, door verschillende handelwijzen, overeenstemmende waarden verkregen. Alleen de waarnemingen met den Vertikaal-cirkel, in de twee standen van objectief en oculair, waaruit a, vrij van die fouten, kan afgeleid worden, gaven overeenstemmende uitkomsten. Deze zijn echter allen volgens dezelfde handelwijze bepaald, zoodat men nog niet met zekerheid een oordeel kan vellen, omtrent de juistheid van die waarde.

De termen met de Cosinussen worden, door omlegging van het instrument, veel naauwkeuriger dan die met de Sinussen gevonden, daar zij minder afhankelijk zijn van de standvastige fouten in de waarnemingen. Hiervoor werden dan ook, in het algemeen, meer bevredigende uitkomsten verkregen.

Wij leiden uit dit een en ander af, dat, om de buiging uit de waarnemingen te bepalen, het in de eerste plaats noodig is, deze zoo veel mogelijk van standvastige fouten te zuiveren, waarmede de meesten, zoo als wij zagen, zijn aangedaan. — Eene ruime toetreding van de buitenlucht, om de gelijkheid van temperatuur te verkrijgen, is hierbij eene hoofdzaak, en daar de uitkomsten voor de buiging van den Vertikaal-cirkel minder aan deze fouten onderhevig zijn, dan die voor de

buiging van den Meridiaan-cirkel, zoo zou, om deze reden, het eerste instrument de voorkeur verdienen.

In de tweede plaats moet, meer dan tot nu toe geschied is, de buiging van den cirkel onderzocht, en, zoo het kan, door omzetten, de fout, welke hierdoor wordt veroorzaakt, verdreven worden.

Indien, met inachtneming van een en ander, groote reeksen van waarnemingen worden volbragt, in denzelfden geest als die van de fundamentaal-sterren met den Meridiaan-cirkel van Repsold door Bessel, op zooveel verschillende wijzen als mogelijk is, dan zal men waarschijnlijk de wet, welke de buiging volgt, vrij naauwkeurig kunnen vinden. Neemt men echter deze voorzorgen niet in acht, dan zal men, zoo als tot nu toe het geval is geweest, geene bevredigende uitkomsten verkrijgen.

HOOFDSTUK III.

HET BEPALEN VAN DE BUIGING BUITEN DE WAARNEMINGEN VAN HEMELLICHTEN.

De verschillende handelwijzen ter bepaling van de fouten in de waarnemingen, waarvan de oorzaken gelegen zijn in het werktuig, dat men gebruikt, kunnen in het algemeen tot twee groepen gebragt worden.

Tot de eerste behooren die, waarbij men de fouten afleidt uit de waarnemingen van hemellichten, waarop zij hunnen invloed doen gevoelen; tot de tweede rekenen wij die, waarbij men ze, geheel op zich zelve, door middel van hulptoestellen bepaalt. Bij het onderzoek, omtrent de meesten van deze fouten, kunnen beide soorten van handelwijzen gebruikt worden, en hunne uitkomsten kunnen dan onderling tot controle dienen.

Behalve de methoden ter bepaling van de fouten der buiging uit de waarnemingen van sterren, in het vorige Hoofdstuk beschouwd, zijn er dan ook eenige voorgesteld of aangewend, waarbij men zich van hulptoestellen bedient. Zooals wij zien zullen, verdienen deze handelwijzen echter geenszins de voorkeur boven de vorigen, daar het gebruik dier hulptoestellen dikwijls aanleiding geeft tot onvermijdelijke fouten, en hunne vaste opstelling, door de groote afmetingen der Meridiaan-cirkels, aanzienlijke kosten en moeiten vordert. Slechts enkelen er van zijn aangewend, en de uitkomsten, tot welke zij geleid

hebben, verdienen, over het algemeen, weinig vertrouwen. Voor zoo ver zij mij bekend zijn, wil ik er hier een overzigt van trachten te geven.

Als de eerste van deze onderzoekingen, moeten wij die van Brioschi vermelden [1]. Op het, in 1817 voltooide, koninklijke Observatorium te Napels, bevonden zich twee volkomen gelijke Vertikaal-cirkels van Reichenbach, van buigingstangen en tegenwigten voorzien, en met deze volbragt Brioschi verschillende waarnemingen op dezelfde sterren, ter bepaling van de breedte. Het bleek hem toen al spoedig, dat er tusschen de uitkomsten, door beide instrumenten verkregen, verschillen bestonden, te groot om aan toevallige fouten te kunnen worden toegeschreven, en dat deze, voor de onderscheidene sterren, vrij wel konden worden voorgesteld door de formule $2'',15 \text{ Sin. } z$, waarin z de zeniths-afstand is. Brioschi meende dus, dat ze veroorzaakt werden door een verschil in de buiging van beide instrumenten, en nadat hij te vergeefs getracht had dit op te heffen, door het oculaireinde van een' der kijkers, dat minder stevigheid bezat, aan de alhidade te bevestigen, besloot hij de buiging van de beide instrumenten, in den horizontalen stand, te onderzoeken.

Hij verdeelde den invloed der buiging in drie deelen, welke hij ieder op zich zelf bepaalde: 1°. de buiging van de objectiefhelft, ten gevolge van de niet volkomene opheffing daarvan door de tegenwigten; 2°. een draaijen van de as met de objectiefhelft, ten opzigte van de oculairhelft, welke aan de alhidade is bevestigd, hetgeen eene buiging van de stralen van den cirkel ten gevolge heeft; 3°. eene buiging van het oculaireinde.

Ter bepaling van de buiging van de objectiefhelft, maakte Brioschi eerst, volgens de gewone theorie, de formule op, waardoor

1) Commentari astronomici della specola reale di Napoli, Vol. I, pag. 75.

deze buiging wordt uitgedrukt in de kracht der buigingstangen, het gewigt der buis en in grootheden, welke van haren vorm en veerkracht afhangen. Deze laatsten konden niet op zich zelve bepaald worden; om ze evenwel te leeren kennen, nam Brioschi het volgende hulpmiddel te baat.

Hij rigtte den kijker op een verwijderd voorwerp, terwijl hij de tegenwigten aan de buigingstangen liet werken; daarna stelde hij deze buiten werking, en mat het verschil tusschen beide instellingen. Hierdoor verkreeg bij de buiging van de buis door eene bepaalde kracht teweeggebragt, en berekende dan, door zijne formulen, de geheele buiging, door de zwaarte der buis enz. veroorzaakt.

Hij vond daarvoor:

Oost	Vertikaal-cirkel	zonder	buigingstangen,	5″,06,
»	»	»	met	»	0″,42,
West	»	»	zonder	»	5″,61,
»	»	»	met	»	1″,03.

Om het tweede deel der buiging te bepalen, oefende hij, zonder den vorm van de objectiefhelft te veranderen, op de as eene draaijende kracht uit, waarvan het moment gelijk doch tegengesteld was aan dat van het gewigt der objectiefhelft, zoodat de spaken weder hunne buiging verloren. Hij vond, voor dit deel der buiging, de volgende waarden:

Oost	Vertikaal-cirkel,		3″,03,
West	»	»	4″,75.

Nu bleef hem nog overig, de doorzakking van het oculair te bepalen, hetgeen hij eenvoudiglijk deed, door, in de zwaartepunten der buizen, aan koorden tegenwigten te laten werken, die gelijk waren aan de gewigten dier buizen, en, door instellingen op verwijderde voorwerpen, de werking hiervan te bepalen. Het bedrag er van was:

Oost	Vertikaal-cirkel,		2″,77,
West	»	»	2″,58.

De gevondene deelen der buiging bij elkander voegende, verkrijgt men, voor de geheele buiging:

Oost	Vertikaal-cirkel	met	buigingstangen,	0",68,
»	»	» zonder	»	5",32,
West	»	» met	»	3",20,
»	»	» zonder	»	7",78.

Hieruit volgt, voor het verschil in de doorbuigingen der beide instrumenten met buigingstangen: 2",52, terwijl uit de waarnemingen der hemellichten gevonden was: 2",15, hetgeen, bij de minder volkomen waarnemingen, vrij goed overeenstemt. De geringe naauwkeurigheid van de uitkomsten der hoogtemetingen van sterren, laat niet toe verder te onderzoeken, of deze buiging evenredig aan den Sinus van den zenithsafstand mag worden aangenomen.

Hoewel deze handelwijze volstrekt niet dien graad van zekerheid geeft, welke in den tegenwoordigen toestand der sterrekunde gevorderd wordt, is zij toch altijd belangrijk als de eerste, die ter bepaling van de buiging is aangewend, en als de eenige, waarbij dit langs een' mechanischen weg geschied is, terwijl zij ons ook een en ander leert, omtrent de volstrekte doorbuiging van de verschillende deelen van een' kijker, welke, bij de overige handelwijzen, onbepaald blijft. Daar zij echter de buiging van den cirkel onbepaald laat, en zij het uit elkander nemen van het instrument vordert, behoeft het niet te bevreemden, dat deze handelwijze, na Brioschi, niet meer is aangewend.

Kort na deze onderzoekingen werd door Bessel, in 1824, eene geheel andere handelwijze gebruikt, ter bepaling van de horizontale buiging van den Meridiaan-cirkel van Reichenbach, welke hij reeds, in 1820 en 1821, uit de waarnemingen van sterren had afgeleid. Boven de handelwijze van Brioschi en al de overigen, die later ter bepaling van de horizontale buiging zijn voorgesteld, munt zij uit door hare

eenvoudigheid en door de zekerheid van de uitkomsten, zoodat zij, ook nu nog, overal wordt aangewend, waar men zich met deze onderzoekingen bezig houdt. Zij berust op het beginsel, dat men de optische assen van twee kijkers evenwijdig aan elkander kan stellen, door ze op elkander te rigten.

Bessel bragt twee kijkers, in den horizontalen stand, aan de Noord- en Zuidzijde van het instrument, met de objectieven naar elkander gekeerd, ter hoogte van de as des Meridiaan-cirkels. De kijker hiervan werd ook in den horizontalen stand gebragt, en objectief en oculair er uitgenomen, zoodat Bessel, door de ledige buis, de beide hulpkijkers op elkander kon rigten; de hoek tusschen deze was dan juist 180°. Nu werden objectief en oculair weder op hunne plaatsen in den kijker gebragt, en de hoek tusschen de hulpkijkers werd gemeten. Het verschil met 180°0′0″ is dan gelijk aan het verschil der buigingen van het instrument, in de beide horizontale standen.

Bij het gebruik van een paar mikroskopen of noniën, die een' onderlingen afstand van 180° hebben, is men hierbij vrij van de verdeelings-fouten, en natuurlijkerwijze ook dan, als men twee of meer van die paren gebruikt.

Bessel en, na hem, al degenen, die zich van deze methode bedienden, onderstelden dat de buigingen van het instrument, in de beide horizontale standen, gelijk waren, doch tegengesteld in teeken en zij namen voor iedere dus de helft van het gevonden verschil. Laat ons nagaan in hoever zij daartoe regt hadden.

Indien men de algemeene formule voor de buiging aanneemt, wordt zij in den eenen horizontalen stand des kijkers:

$$a - c + e - g + \ldots \text{enz.} - B + D - F + H - \ldots \text{enz.},$$

in den anderen stand:

$$-a + c - e + g - \ldots \text{enz.} - B + D - F + H - \ldots \text{enz.}$$

Zijn B, D, F enz., of de coëfficiënten der termen met de Cosinussen der evene veelvouden, gelijk 0, zoo als dit, op

weinig na, het geval was met de beide instrumenten van Reichenbach en Repsold te Koningsbergen, dan heeft men regt, om de buigingen in de beide horizontale standen als gelijk aan te nemen, maar nog niet om de waarde er van te beschouwen als den coëfficiënt van Sin. z.

Vooral door de buiging van den cirkel, kan er verschil bestaan tusschen deze waarde en den coëfficiënt a; want zij de buiging van den cirkel, volgens Bessel:

$$\psi\ (z)\ \text{Sin.}\ z + \psi'\ (z)\ \text{Cos.}\ z,$$

dan wordt haar invloed op de beide horizontale buigingen:

$$\pm\ \psi\ (0),$$

welke waarde, alleen als $\psi\ (z)$ eene standvastige grootheid en dus gelijk $\psi\ (0)$ is, den coëfficiënt van den Sinus-term voorstelt. Zoodra echter $\psi\ (z)$ van z afhankelijk is (en er is geene reden, om het tegendeel aan te nemen), is de horizontale buiging van den cirkel niet gelijk aan den coëfficiënt van Sin. z.

Deze omstandigheid kan gedeeltelijk de oorzaak zijn van het verschil tusschen de waarden van a, welke Bessel bepaald heeft uit waarnemingen omtrent sterren en met op elkander gerigte kijkers; de voorname reden moet echter, zoo als in het IIde Hoofdstuk is gezegd, waarschijnlijk elders worden gezocht.

In navolging van Bessel, bepaalden Struve in 1825 [1]) en Argelander in 1828 [2]) op dezelfde wijze de horizontale buiging, met deze geringe wijziging, dat Struve, in plaats van het objectief en oculair uit de buis des kijkers te nemen, het geheele instrument in de hoogte ligtte, om zoo de hulpkijkers op elkander te kunnen rigten. Wij hebben reeds vermeld, hoe Struve hierdoor eene waarde voor a verkreeg, geheel verschillend van die, welke hij uit de waarnemingen van zuidelijke sterren had afgeleid, terwijl te Abo, waar alleen de hoogtemetingen

1) Observationes Dorpatenses, Vol. VI.

2) Observationes Aboënses, Tom. II.

s ter bepaling van a gebruikt waren, de overeen-
voldoende was.

ruik dezer methode werd zeer vereenvoudigd, toen
r, in 1840, op het denkbeeld kwam om in den
kijkers openingen te maken, waardoor de hulpkij-
kander konden gerigt worden, zonder dat het in-
opgeligt, of objectief en oculair uit de buis behoef-
ien te worden.

nwich heeft men ook eenige bepalingen van de bui-
n horizon op deze wijze verrigt, in 1850, 1851,
7 en 1860, welke van elkander nog al afwijken.
n, met die gevondene waarden, de uitkomsten der
reflexie-waarnemingen verbetert, blijven er even-
pag. 81) tusschen dezen, verschillen bestaan, waar-
e oorzaak niet kent.

ijn in de zijwanden van den kubus geene openin-
kt; waarschijnlijk werd men hierin verhinderd door
lende deelen, welke in dien kubus geplaatst zijn.
s men de hulpkijkers op elkander wil rigten,
de geheele Meridiaan-cirkel in de hoogte geligt
ietgeen voorzeker een groot bezwaar is. Het is
t noodzakelijk, dat, bij het aanbrengen der ver-
estellen in den kubus, deze openingen achterwege
ar men, in den Meridiaan-cirkel te Leyden, beiden

ruik van op elkander gerigte kijkers behoeft niet
orizontalen stand beperkt te blijven; men kan ze
dezelfde wijze, bij verschillende zeniths-afstanden
maar hunne opstelling wordt dan veel moeijelijker.
j bekend is, is nog slechts aan één Observatorium
ode toegepast, namelijk te Cambridge door Challis.
stigde daartoe de beide hulpkijkers aan de uitein-
en' arm, die draaijen kon om eene horizontale as,

in het verlengde van die des cirkels gelegen. De eerste proeven, in 1855 begonnen [1]), waren verre van bevredigend, hetgeen Challis toeschreef aan de onstandvastigheid van de deelen, waaraan de hulpkijkers bevestigd waren, en aan den invloed van de temperatuur. Om dezen te vermijden, liet hij de armen van hout vervaardigen, en herhaalde hiermede in 1856 zijne bepalingen.

Van deze onderzoekingen heeft hij mededeeling gedaan in een' brief aan Gould [2]), doch daarin alleen de uitkomsten vermeld, welke bestonden in de verbeteringen, toe te voegen aan de zeniths-afstanden van 10° tot 10°; het is dus moeijelijk, om een oordeel uit te spreken over het vertrouwen, dat zij verdienen. Zij zijn allen vrij gering, zoodat de toevallige fouten, die er in voorkomen, even groot, of welligt grooter kunnen zijn dan die grootheden zelve. Een onderzoek, om ze door eene formule a Sin. z + A Cos. z voor te stellen, leidt dan ook tot geene voldoende resultaten.

Om zekerheid, omtrent de gevondene uitkomsten, te verkrijgen, zou het noodig zijn deze bepalingen te herhalen met wijziging der hulptoestellen. Welligt zou men dan weder geheel andere waarden verkrijgen, even als bij het eerste onderzoek. Uit het aanzienlijk bedrag der gevondene waarden voor de buiging, bleek toen echter duidelijk hare ongerijmdheid, en hoewel dit, bij de medegedeelde bepalingen, nu wel niet het geval is, zoo waarborgt ons toch niets, dat niet dezelfde bronnen van fouten, zij het ook in mindere mate, haren invloed hebben doen gevoelen. In elk geval schijnt de buiging van dit groote instrument (de cirkels zijn 8 voet in middellijn) vrij gering te zijn.

De moeijelijkheden, aan de uitvoering van deze handelwijze verbonden, zijn, zoo als ligt te begrijpen is, vrij groot; van

1) Monthly Notices of the Royal Astron. Society, Vol. XVI, pag. 100.
2) Gould. Astronomical Journal, Tom. V, pag. 27.

daar dan ook, dat zij nog op geene andere sterrewacht is toegepast. Met behoorlijke voorzorgs-maatregelen, zou zij anders, omtrent het wezen der buiging, veel kunnen leeren, al is men ook niet in staat er onmiddelijk eene tabel, voor de verbeteringen der waargenomene hoogten, uit af te leiden.

In de *Astronomical Notices van Brünnow* n°. 26, stelt deze eene wijziging voor van de methode van Challis. In plaats van een' tweeden hulpkijker, wilde hij een' platten spiegel gebruiken, welke, even als deze, aan een' arm om eene horizontale as moet bewogen worden. Men stelt dan den hulpkijker zoo, dat zijne optische as normaal is op den spiegel; indien men dan den kijker van den Meridiaan-cirkel eerst op den hulpkijker en vervolgens loodregt op den spiegel rigt, verkrijgt men dezelfde uitkomsten, als met twee hulpkijkers. Het normaal stellen van een' kijker op een' spiegel geschiedt eenvoudiglijk, door den kijker dien stand te geven, dat het beeld van het kruispunt der draden, na terugkaatsing op den spiegel, weder met dat kruispunt zamenvalt. Zoo de spiegels niet volkomen vlak zijn, heeft men bij hun gebruik met bezwaren te kampen, welke wij later zullen bespreken, en die de toepassing van deze methode ondoenlijk zouden maken. Is het echter mogelijk, om voldoende vlakke spiegels te verkrijgen, dan is deze gewijzigde handelwijze boven die van Challis te verkiezen, daar men, bij het gebruik van een' ligten spiegel, minder moeijelijkheden zal ontmoeten, dan wanneer men zich van een' altijd zwaarderen kijker bedient. Den hulpkijker zou men op de wijze van een passage instrument kunnen inrigten, en, beneden de as van den Meridiaan-cirkel, op eene daartoe ingerigte stelling kunnen plaatsen.

Volgens het denkbeeld van Faye, zou men zich, ter bepaling van de buiging in den vertikalen stand, van den Nadirbak kunnen bedienen. Een hulpkijker moet dan boven het instrument worden opgesteld, met het objectief naar de kwikopper-

vlakte gekeerd. Na hem hier loodregt op gesteld te hebben, rigt men den kijker van het instrument op den hulpkijker, en vervolgens op den kwikbak; het verschil tusschen 180° en de grootte van den hoek, gemeten tusschen deze beide rigtingen, is dan gelijk aan de som der buigingen in de beide vertikale standen.

Daar, bij dit onderzoek, de hulpkijker op stevige steunsels boven op de pilaren van het instrument kan rusten, zullen de moeijelijkheden, aan eene vaste en juiste opstelling verbonden, wel geringer zijn, dan indien, zoo als bij het onderzoek van Challis, de kijker op willekeurige zeniths-afstanden moet gebragt kunnen worden, doch in de meeste gevallen zullen die bezwaren toch zoo groot zijn, dat deze handelwijze niet kan toegepast worden.

Bij andere inrigtingen ter bepaling van de buiging, welke Faye ter zelfder plaatse voorstelt, door middel van twee kijkers en een' kwikbak, zou deze in het midden van het instrument moeten geplaatst worden. Deze omstandigheid, welke Faye niet schijnt opgemerkt te hebben, maakt al die handelwijzen natuurlijkerwijze onbruikbaar.

Na den dood van H. C. Schumacher, zijn uit zijne nagelatene papieren [1]) eenige waarnemingen, ter bepaling van de buiging, bekend geworden, welke hij in 1829 heeft volbragt, met een nieuw instrument, dat, volgens de denkbeelden van Schumacher, door Repsold vervaardigd was: de zoogenaamde niveau-collimator. Deze bestaat uit een' kijker, aan elk der beide uiteinden, met zeer zuiver afgedraaide cilindervormige tappen voorzien, waarvan de assen in elkanders verlengden liggen, en zoo na mogelijk met de optische as des kijkers moeten zamenvallen. Zoo naauwkeurig als dit geschieden kan, moeten zij ook gelijke dikten hebben, en, met deze tappen,

---

1) Astronomische Nachrichten, Band 44, pag. 1.

moet de collimator, in den horizontalen stand, in een paar metalen pannen rusten.

Indien de optische as van den kijker des collimators zamenviel met de as der tappen, dan zou men van deze slechts de helling met een niveau moeten bepalen, om, met inachtneming van hunne ongelijke dikte, welke op de gewone wijze door omlegging bepaald wordt, de afwijking dier optische as van den horizontalen stand te leeren kennen.

Wanneer nu een van deze collimatoren ten Zuiden, en een ten Noorden van den Meridiaan-cirkel is geplaatst, op dezelfde hoogte als het middelpunt van het instrument, en met het objectief daarheen gekeerd, dan zullen, als door nivellering de standen van hunne optische assen bepaald zijn, deze laatsten een' bekenden hoek maken. Deze wordt nu met den Meridiaan-cirkel gemeten, en het verschil, tusschen de gemetene en de ware grootte, doet het verschil der buigingen kennen, in de beide horizontale standen.

In plaats van den hoek tusschen de beide collimatoren, kan men ook dien, tusschen elken der collimatoren en het Nadir meten, en hieruit het verschil van de buigingen in den horizontalen en vertikalen stand afleiden.

Uit den hoek tusschen het Nadir en den eenen collimator, vindt men de waarde van:

$$-a+c-e+g-\ldots-A+2B-C-E+2F-\ldots \text{ enz.};$$

uit den hoek tusschen het Nadir en den anderen collimator, volgt de waarde van:

$$-a+c-e+g-\ldots+A-2B+C+E-2F+\ldots \text{ enz.};$$

De halve som en het halve verschil van beiden levert de volgende uitdrukkingen op:

$$p=-a+c-e+g-\ldots \text{ enz.},$$

en $$q=A-2B+C+E-2F+\ldots \text{ enz.}$$

Gebruikt men geene bepaling van het Nadirpunt, dan is het halve verschil, tusschen de juiste en de gemeten waarde van

den hoek, tusschen de collimatoren, gelijk aan p. Indien het instrument is omgelegd, moet men dezelfde waarden voor p en q herkrijgen, de eerste met hetzelfde, de tweede met het tegengestelde teeken; dit kan dan als controle op de waarnemingen dienen.

Wij hebben bij dit alles ondersteld, dat de optische as van den collimator met de as der tappen zamenviel. Deze zullen echter, in het algemeen, eenen kleinen hoek met elkander maken, en, om de voorschrevene handelwijze te kunnen toepassen, moet dus de grootte van dien hoek bepaald, of wel de fout, welke door de afwijking veroorzaakt wordt, geëlimineerd worden. Dit geschiedt eenvoudiglijk op de volgende wijze.

Indien de optische as met de as der tappen zamenvalt, zal zij, indien de kijker in zijne pannen gedraaid wordt, steeds op hetzelfde punt gerigt blijven. Men kan dit dus onderzoeken, zoo men den kijker op een ver verwijderd voorwerp, of op de kruisdraden, in het brandpunt van een' daartegenover geplaatsten kijker, rigt, en hem dan in zijne pannen ronddraait. Neemt men dan eenige afwijking van de optische as waar, dan kan men deze, door schroeven aan het dradennet, zeer gering maken.

Na dit verrigt te hebben, nivelleert men den collimator en rigt den kijker van den Meridiaan-cirkel er op; de optische assen van kijker en collimator, welke nu evenwijdig zijn, wijken dan een weinig af van de as der tappen, die men genivelleerd heeft. Vervolgens draait men den collimator, in zijne pannen, 180° om, en rigt er ten tweeden male den kijker op; dan wijken weder de optische assen van de as der tappen af, en wel, zoo als duidelijk is, evenveel, als bij de eerste maal, doch in tegengestelde rigting. Het gemiddelde van beide instellingen van den kijker op den collimator, komt dus overeen met den stand, evenwijdig aan de as der tappen, welke men zocht te verkrijgen.

Bij het gebruik der niveau-collimatoren, moet men met omzigtigheid te werk gaan. Eene eerste voorwaarde is, dat de objectief- en oculair-einden niet, of ten minste evenveel, doorbuigen. Het eenige middel, dat men kan aanwenden, om dit te verkrijgen, is de steunpunten juist onder het objectief en het dradennet te brengen, want hoezeer men ook zorg draagt gelijke gewigten aan beide deelen te geven, zoo zal door het verschil in zamenstelling van het objectief- en oculair-einde, de ongelijke doorbuiging toch altijd blijven bestaan. Door verwisseling van objectief en oculair, met de bekende mechanische voorwaarden, waaraan deze dan moeten voldoen, wordt ook die invloed opgeheven, terwijl dan tevens de fout, door de ongelijke dikte der tappen, wordt geëlimineerd. Te Altona is de collimator op deze wijze door Repsold ingerigt [1]).

Een tweede vereischte is, dat in de buis des collimators overal dezelfde temperatuur heerscht, opdat er geene inwendige refractie ontsta. Om dezelfde reden, moet ook de temperatuur in het vertrek, zoo veel mogelijk, overal dezelfde zijn.

Bij de collimatoren heeft men grond, om dezen nadeeligen invloed te vreezen, daar de ondervlakten altijd gekeerd zijn naar de pilaren, waarop zij rusten, en deze groote steenmassa's dikwijls in temperatuur met de omringende lucht verschillen, waardoor dus de onder- en bovenkant van den collimator niet denzelfden warmtegraad verkrijgen.

In de onderstelling, dat de horizontale luchtlagen dezelfde temperatuur bezitten, heeft Faye [2]) den invloed dier refractie in de buis berekend. Hij vond voor 1° verschil, in den onder- en bovenkant van den collimator, eene afwijking van den lichtstraal van 2''. Door, in plaats van eene buis, eenvoudiglijk stevige horizontale staven te bezigen, zoodat de lucht een' vrijen doortogt heeft, of wel door de collimatoren met

1) Astron. Nachrichten, Theil 45, pag. 65.
2) Comptes rendus, Tome 31, pag. 635.

slecht geleidende stoffen te bekleeden, zou men deze fouten kunnen opheffen.

Indien men de niveau-collimatoren ter bepaling van een Horizon-punt gebruikt, zoo als op den Pulkowa, zal de fout door de ongelijke refractie, bijaldien zij bij beide collimatoren dezelfde is, in het gemiddelde der Horizon-punten, ten Noorden en ten Zuiden bepaald, verdwijnen, maar geheel te voorschijn treden in den hoek tusschen de beide collimatoren (amplitudo), welke dus aan veel grooter veranderingen onderworpen is, dan het Horizon-punt. Dit ziet men dan ook uit de waarnemingen met de collimatoren op den Pulkowa [1]). De waarde van q zal ook, als de refractie in beide collimatoren dezelfde is, vrij zijn van de fouten hierdoor veroorzaakt.

Men kan q ook onafhankelijk van de ongelijke dikte der tappen, en van de doorbuiging der collimatoren bepalen, zoo men denzelfden collimator aan beide zijden van het instrument gebruikt. Indien men zorgt, dat hij aan beide zijden op dezelfde wijze in de pannen ligt, zal men ook geen twee instellingen behoeven te verrigten, tusschen welke men hem 180° heeft gedraaid, om de fout van het niet zamenvallen van de optische as en de as der tappen te elimineren. Al deze fouten hebben namelijk denzelfden invloed op de instellingen aan de Noord- en Zuidzijde, en verdwijnen dus uit het halve verschil q.

Deze grootheid kan ook met één' niveau collimator bepaald worden, wiens stand men onveranderd laat; men moet dan twee metingen doen van den hoek, tusschen dien collimator en het Nadirpunt, in twee standen van het instrument. Het halve verschil van beiden geeft ons dan weder q. Hierbij heeft men nog het voordeel, van geheel vrij te zijn van standvastige fouten in den stand der kwik-oppervlakte.

[illegible] du Poulkova, pag. 165.

In de waarde van p gaan daarentegen al de fouten van de collimatoren onverminderd over, zoodat men deze grootheid (de zoogenaamde horizontale buiging) er minder naauwkeurig mede kan bepalen. Hiertoe zal men zich, met beter gevolg, bedienen van op elkander gerigte kijkers, daar men dan van de genoemde fouten vrij is.

Er zijn niet veel waarnemingen, met den niveau-collimator, bekend gemaakt. Bij de beschrijving van dit instrument, in de nagelatene papieren van Schumacher, zijn eenige waarnemingen gevoegd, die in 1829 door hem volbragt zijn; zij zijn echter te gering in aantal en te onnaauwkeurig, om eenige gevolgtrekkingen toe te laten.

In de « *Description du Poulkova* », vindt men, zoo als reeds vermeld is, bepalingen van de buiging en van horizonpunten, met den Meridiaan-cirkel op de beschrevene wijze volbragt. Er zijn geene bepalingen van het Nadirpunt bijgevoegd, zoo dat, uit de opgaven, alleen de waarde van $p = -a + c - e +$ enz. kan afgeleid worden. De metingen zijn volbragt met omwisseling van objectief en oculair. Zoo men alleen de fouten van de buiging des kijkers in rekening brengt, zal de gemeten hoek, tusschen de beide horizontale collimatoren, in den eenen stand van objectief en oculair, gelijk zijn aan:

$$180^0 - 2a + 2c - 2e + 2g - \ldots \text{ enz.},$$

terwijl hij, in den anderen stand, wordt voorgesteld door:

$$180^0 + 2a - 2c + 2e - 2g + \ldots \text{ enz.}$$

Indien geene andere bronnen van fouten aanwezig zijn, moet de halve som der gemeten hoeken 180° zijn, en de afwijkingen hiervan hebben dus hare oorzaak in doorbuigingen der collimatoren, refractie in en buiten het instrument, of in eene verandering van de spanning van de buis des kijkers, bij het omwisselen van objectief en oculair; bij den Vertikaalcirkel op den Pulkowa bestaat, zoo als wij in het vorig hoofdstuk zagen, deze laatste fout niet.

Bij de waarnemingen met den Meridiaan-cirkel op den Pulkowa bedroeg het verschil, tusschen de halve som der gemetene hoeken en 180°, 0",22; de vermelde bronnen van fouten waren dus, of niet, of slechts in geringe mate aanwezig. Het halve verschil, tusschen de metingen in de twee standen van objectief en oculair, is: $2p = 2(-a + c - e + g - \dots \text{enz})$; de waarde hiervan werd, door aflezingen op den eenen cirkel, gelijk 1",68, op den anderen cirkel gelijk 2",41 gevonden. Het niet overeenstemmen van beide waarden kan moeijelijk aan aflezingsfouten worden toegeschreven, daar de halve sommen van de twee waarden van den hoek, in de beide standen van objectief en oculair, welke vrij zijn van de fouten der buiging, op beide cirkels slechts 0",11 verschillen. Met regt kan men dus dit verschil van 0,"73 toeschrijven aan het onderscheid, tusschen de buigingen van de beide cirkels. Wij zien weder hieruit, dat het van belang is op deze buigingen, welke niet dezelfde wet als die van den kijker volgen, de aandacht te vestigen.

Pape heeft, in de Astronomische Nachrichten [1]), eene groote reeks van waarnemingen met de niveau collimatoren bekend gemaakt. Deze waren gedeeltelijk volbragt, om de buiging van den Meridiaan-cirkel te Altona te bepalen, gedeeltelijk om te onderzoeken, in hoever de buiging, in verschillende standen, [illegible] oculair en objectief wordt geëlimineerd. [illegible] Pulkowa verrigt, kunnen omtrent dit [illegible], welke ook de formule voor de [illegible] sommen der horizontale buigingen, in [illegible] objectief en oculair, altijd dezelfde in [illegible] in teeken moeten zijn. Daarentegen [illegible] de buiging, in alle standen van het [illegible] door het omzetten van objectief en [illegible] limineerd, wanneer in de formule geene

[1]) [illegible] der Altonaer Meridiankreises, Band 53, pag. 17.

termen voorkomen, met de Sinussen en Cosinussen der evene veelvouden van de zeniths-afstanden.

Dit zal men kunnen beslissen, door het meten van de hoeken tusschen het Nadir en de collimatoren, vóór en na het omzetten. Deze gemeten hoeken zullen de volgende waarde hebben: in stand I.

$$Z'_{,} = 90^0 - a + c - e + g - \ldots\text{enz.} - A + 2B$$
$$- C - E + 2F - \ldots\text{enz.},$$

en

$$Z''_{,} = 90^0 - a + c - e + g - \ldots\text{enz.} + A - 2B$$
$$+ C + E - 2F + \ldots\text{enz.}$$

In stand II.

$$Z'_{,,} = 90^0 + a - c + e - g + \ldots\text{enz.} + A + 2B$$
$$+ C + E + 2F + \ldots\text{enz.},$$

en

$$Z''_{,,} = 90^0 + a - c + e - g + \ldots\text{enz.} - A - 2B$$
$$- C - E - 2F - \ldots\text{enz.}$$

Hieruit volgt:

$$\tfrac{1}{2}(Z'_{,} + Z'_{,,}) = 90^0 + 2B + 2F + \ldots\text{enz., en}$$
$$\tfrac{1}{2}(Z''_{,} + Z''_{,,}) = 90^0 - 2B - 2F - \ldots\text{enz.}$$

Zoo nu, door het omzetten, de fouten der buiging geëlimineerd worden, zal $\frac{1}{2}(Z'_{,} + Z'_{,,}) = \frac{1}{2}(Z''_{,} + Z''_{,,}) = 90^0$ moeten zijn, maar indien uit de waarnemingen blijkt dat die gelijkheid niet bestaat, dan volgt daar onmiddellijk uit, dat B + F + ... enz. niet nul is, en, dus, door verwisseling van objectief en oculair, de fouten van de buiging niet worden opgeheven.

Wanneer de beide uitdrukkingen $\frac{1}{2}(Z'_{,} + Z'_{,,})$ en $\frac{1}{2}(Z''_{,} + Z''_{,,})$ gelijk aan 90^0 zijn, dan bewijst dit nog volstrekt niet, dat men elken gemeten zenithsafstand, vrij van de buigingsfouten, zal verkrijgen, door het gemiddelde te nemen van twee waarnemingen, vóór en na het omzetten. Er blijkt alleen uit, dat B + F + ... enz. nul is, terwijl in die gemiddelden ook

termen met b, d, f, h, ... enz. en met D. H. L. ... enz. zullen voorkomen. Het meten van de hoeken, tusschen het Nadir- en Horizonpunt, kon dus wel het onvoldoende, doch geenszins het voldoende aantoonen van de door Repsold uitgedachte handelwijze tot het elimineren der buiging.

Keeren wij terug tot de waarnemingen, die te Altona volbragt zijn. Voor de grootheid p, die wij, in beide standen van objectief en oculair, door $p_{,}$ en $p_{,,}$ willen voorstellen, werd, uit de eerste reeks van metingen:

$$p_{,} = + 5'',8 \text{ en } p_{,,} = + 0'',1$$

gevonden, en voor de beide waarden van q, die wij $q_{,}$ en $q_{,,}$ zullen noemen, verkreeg men

$$q_{,} = + 1'',1 \text{ en } q_{,,} = + 1,''0,$$

terwijl men gemeend had, dat $p_{,}$ en $p_{,,}$, en $q_{,}$ en $q_{,,}$ alleen in teeken zouden verschillen.

De oorzaak van dit vreemde verschijnsel werd spoedig gevonden in de buigingstangen, waarmede de buis voorzien was. Hunne uiteinden waren namelijk niet op dezelfde afstanden van de randen der buis verwijderd, en daar objectief en oculair niet tot dezelfde diepte werden ingeschroefd, ontstond er, in den eenen stand, eene klemming der buigingstangen, die in den anderen geen plaats had, hetgeen natuurlijk de buiging wijzigde. Nadat die stangen waren weggenomen, verkreeg men, voor p en q, kleinere waarden, terwijl na het weder inplaatsen, deze grootheden wederom tot hun vroeger bedrag opklommen, als een bewijs, dat hierdoor werkelijk de buiging gewijzigd werd.

De staven werden nu voor goed van den kijker verwijderd, en eene reeks van metingen gaf:

$$p_{,} = + 1'',04, \quad p_{,,} = + 0'',63,$$
$$q_{,} = + 0'',32 \text{ en } q_{,,} = + 0'',91.$$

Deze uitkomsten verschillen nu wel minder dan de vorige,

van die, welke men verwacht had, doch er blijven toch nog altijd groote afwijkingen bestaan.

De grootheden $p_{,}$ en $p_{,,}$ moesten alleen in teeken van elkander verschillen, indien geene andere fouten dan de buiging op de waarnemingen invloed uitoefenden, en indien het omzetten van objectief en oculair geene veranderingen in de buis des kijkers teweegbragt. Glijdingen van het objectief of oculair, welke Pape vermoedt dat plaats grepen, refractie en buiging der collimatoren kunnen echter groote wijzigingen in $p_{,}$ en $p_{,,}$ veroorzaken.

Neemt men aan dat die bronnen van fouten denzelfden invloed uitoefenden, op de bepalingen van de Horizon-punten, aan de Noord- en aan de Zuidzijde, dan zou deze 0",83 bedragen, en de waarde van $p_{,}$ en $p_{,,}$, hiervoor verbeterd, zouden dan gelijk zijn aan + 0",20 en — 0",20.

Heeft men zulke groote onbekende storende invloeden, binnen of buiten het instrument, dan verliezen de uitkomsten, die men voor $q_{,}$ en $q_{,,}$ verkregen heeft, ook in zekerheid, doch in mindere mate dan de waarden van $p_{,}$ en $p_{,,}$. Daar men namelijk te Altona, aan de beide zijden van het instrument, denzelfden collimator gebruikt heeft, zijn $q_{,}$ en $q_{,,}$ geheel vrij van fouten door zijne buiging veroorzaakt, en alleen het verschil in de fouten van refractie en glijden van objectief en oculair zal op deze grootheden invloed uitoefenen. Met andere woorden: $q_{,}$ en $q_{,,}$, welke het verschil in symmetrie van den toestand des instruments uitdrukken, als de kijker naar het Noorden of het Zuiden is gekeerd, worden alleen gewijzigd door de verschillen in de storende invloeden, bij de twee standen van het instrument. Om deze reden verdienen de bepalingen van $q_{,}$ en $q_{,,}$ meer vertrouwen, dan die van $p_{,}$ en $p_{,,}$. Het is echter gewaagd, om er uit af te leiden, dat hunne halve som: 0",62 gelijk zou zijn aan 2 B + 2 F: + ... enz., daar het niet waarschijnlijk is, dat deze termen zoo groot

zijn, terwijl A + C + E + ... enz. slechts gelijk is aan het halve verschil van $q_{\prime}$ en $q_{\prime\prime}$ of 0",30. Evenmin kan men er uit afleiden, dat, door het omzetten van objectief en oculair, fouten van dit bedrag in de waarnemingen zouden zijn ingevoerd.

Een nader onderzoek en meerdere waarnemingen zijn nog noodig, om met zekerheid omtrent deze zaken te kunnen beslissen. Pape had deze dan ook toegezegd, en wij mogen verwachten, dat, ook na den dood van dezen hoogst verdienstelijken sterrekundige, door de overige astronomen te Altona aan deze belofte zal voldaan worden.

Hoewel door de toepassing van de verschillende handelwijzen, welke wij besproken hebben, een en ander omtrent de buiging van een' Meridiaan-cirkel kan afgeleid worden, heeft men nog andere methoden bedacht, waardoor men de buiging, in elken willekeurigen stand van den kijker, zou kunnen bepalen.

Deze beloven echter over het algemeen zeer weinig, daar door eenigen alleen de buiging van den kijker onderzocht kan worden, terwijl die van den cirkel onbepaald blijft, en aan bijna allen groote praktische bezwaren verbonden zijn, zoodat slechts eene enkele dier handelwijzen gedeeltelijk is aangewend, zonder evenwel tot eenige bevredigende uitkomst te leiden. Het is die, welke Secchi heeft bekend gemaakt in de « *Memorie del nuovo osservatorio del Collegio Romano. Anno* 1852—1855[1]).

Porro had, kort te voren, zijne denkbeelden medegedeeld, omtrent de vervaardiging van een' kijker zonder buis[2]), en uit de wijze, waarop hiermede de stand der optische as bepaald werd, leidde Secchi de volgende methode, voor het onderzoek der buiging, af. Onmiddellijk vóór het objectief, wordt, zoo stevig mogelijk, een vlakke spiegel loodregt op de

[1]) Pag. 126.
[2]) Zie boven, pag. 32.

optische as bevestigd, met de spiegelende vlakte naar het dradennet gekeerd, hetgeen er dus in teruggekaatst wordt. Indien de optische as nu loodregt is op den spiegel, zal het beeld van het kruispunt der draden, na die terugkaatsing, met het kruispunt zelf zamenvallen, en zoo dit niet volkomen plaats vindt, zal men, door middel van eene mikrometer-schroef met een' bewegelijken horizontalen draad, waarmede het oculair moet voorzien zijn, den afstand tusschen beiden kunnen meten.

Geeft men nu den kijker een' anderen stand, dan zal, door de buiging, de optische as van rigting veranderen, hetgeen zich zal openbaren in eene wijziging van dien gemeten afstand. Deze zou, bij een' onveranderden stand van den spiegel, ten opzigte van de deelen des kijkers die zich niet buigen, gelijk zijn aan de dubbele verandering van de optische as.

Dien onveranderlijken stand zal men echter niet kunnen verkrijgen, want, al verplaatst de spiegel zich niet met betrekking tot het objectief, hetgeen welligt door eene doelmatige bevestiging kan verkregen worden, dan zal toch, met het objectief, zijne helling ten opzigte der niet gebogene deelen veranderen. Door de buiging verandert namelijk de hoek, welken de raaklijn, aan het objectief-einde der buis, maakt met de raaklijn aan het midden der kijkerbuis, welke laatste lijn door de buiging geene verandering ondergaat. Het objectief, en de daaraan bevestigde spiegel, behouden echter altijd denzelfden stand, ten opzigte van de raaklijn aan het objectief-einde, zoodat de hoek, tusschen de normalen op hun oppervlak en de vaste raaklijn, aan het midden der buis, ook verandert; vroeger hebben wij die verandering de buigingshoek genoemd.

De verschillen, tusschen de gemeten afstanden van de kruisdraden tot hun teruggekaatst beeld, bij verschillende rigtingen van den kijker, zijn derhalve gelijk aan de som van de ver-

anderingen van de optische as en van den buigingshoek. De verandering in de rigting van de optische as, welke men als verbetering aan de uitkomsten der waarnemingen moet toevoegen, blijft dus onbepaald. Het onderzoek bezit derhalve slechts eene geringe waarde, te meer daar ook de buiging van den cirkel onbepaald blijft. Men kan er alleen eenigermate de wet uit afleiden, welke de buiging volgt, indien men mag aannemen, dat de buigingshoek evenredig is aan de verandering der optische as.

Uit de weinige uitkomsten, welke Secchi mededeelt, en van wier zekerheid hij zich overtuigd houdt, zou blijken dat die wet volstrekt niet eenvoudig was. Hij vond namelijk voor de buiging, als die bij den stand naar het zenith gelijk nul werd aangenomen:

bij 90°	zeniths-afstand	naar	het	Zuiden,	—4",14,
» 45°	»	»	»	»	—2",69,
» 45°	»	»	»	Noorden,	+ 1",17,
» 90°	»	»	»	»	+ 0",41.

Deze uitkomsten zijn echter te weinig in aantal, om eenige gevolgtrekkingen toe te laten.

Van hetzelfde beginsel uitgaande als Secchi, bedacht E. Kayser, te Dantzig, eene handelwijze, volgens welke hij meende, dat de buiging van kijker en cirkel beiden kon onderzocht worden [1]).

De buigingen van objectief en oculair zouden, volgens die methode, afzonderlijk aldus bepaald worden. Men bevestigt, aan de beide uiteinden der buis, de oculairen van twee hulpkijkers, waarvan de objectieven, even als bij de vorige handelwijze, met spiegeltjes voorzien, op de as van het instrument rusten, om hen aldus een' vasten stand te geven. De kijker wordt nu op verschillende zeniths-afstanden gebragt, en, met de spiegeltjes voor de beide hulpkijkers, bepaalt men, even als bij de handelwijze van Secchi, de doorbuiging van

1) Astron. Nachsichten, Band 54, pag. 227.

hunne oculairen, (en dus ook van de beide uiteinden des kijkers, waaraan zij bevestigd zijn) ten opzigte van de as van het instrument. Het verschil van beiden geeft dan de verbetering, voor de buiging van den kijker, welke aan de waarnemingen moet toegevoegd worden.

Om de vorms-veranderingen van den cirkel te onderzoeken, is elk der hulpkijkers zoo gesteld, dat de verlengden van hunne optische assen langs een punt van den limbus strijken. Daar bevestigt men dan een diaphragma met kruisdraden, en in plaats van de spiegels voor elk objectief, plaatst men er een tweede objectief voor, waarvan het brandpunt in dit dradenkruis ligt, hetgeen zich dus, door dien hulpkijker, scherp zal laten waarnemen. Op deze wijze meet men nu de verplaatsingen van dat punt van de limbus, met betrekking tot het oculair des hulpkijkers, en daar men de doorbuiging hiervan vroeger bepaald heeft, vindt men, door aftrekking, de volstrekte plaatsveranderingen van twee punten des cirkels.

Wij zien al spoedig, dat deze methode weinige of geene waarde bezit; was alles onwrikbaar vast, dan zeker zou men zoo de buiging des kijkers kunnen bepalen, maar die onwrikbaarheid zal men niet kunnen verkrijgen. Het spiegeltje vooral zal zijne helling, in de verschillende standen van het instrument, voortdurend wijzigen, hetgeen op de metingen denzelfden invloed heeft als eene doorzakking van het dradennet, en daar er geene middelen bestaan, om deze veranderingen in de helling te doen kennen, zal het geheele onderzoek onzeker zijn.

Daarenboven zal deze bepaling van de buiging des cirkels tot niets leiden, ook al was alles onwrikbaar vast, daar men de onregelmatige vorms-veranderingen, welke de cirkel ondergaat, zeker niet uit de verplaatsingen van twee punten kan afleiden.

Wij vinden nogmaals hetzelfde beginsel, waarop de vorige handelwijzen steunden, ten grondslag gelegd aan de me-

thode, welke Marth heeft voorgesteld [1]). Zij is de volgende

Op het midden van het objectief wordt een teeken gemaakt, bijv. een klein zwart vlekje met elkander kruissende lijnen. In den kubus des kijkers plaatst men eene kleine buis waarin zich twee objectiefjes bevinden, zoodanig, dat het brandpunt van het eene in het dradennet ligt, van het andere in het teeken op het objectief, hetwelk dan zijn beeld, door die twee lenzen, in het vlak van het dradennet zal vormen. In de buis, tusschen de beide objectieven, wordt, loodregt op de optische as, een vlakke glasspiegel geplaatst, welke aan beide zijden verzilverd is, met uitzondering van eene ronde opening in het midden, waardoor het teekentje op het objectief dus zigtbaar blijft. Op dien spiegel, wordt nu het kruispunt der draden, welke men op de eene of andere wijze verlicht heeft, teruggekaatst in het vlak der draden, in de nabijheid van het kruispunt zelf, en de afstand tusschen beiden wordt met eene vertikale mikrometer schroef, met beweegbaren draad, uitgemeten. Brengt men nu den kijker in verschillende standen, dan zal, door de buiging van het oculair, die afstand zich veranderen, en, bij een' vasten stand van den spiegel, zal die verandering gelijk zijn aan de dubbele buiging van het oculair.

Men meet ook, in de verschillende standen van den kijker de afstanden, tusschen het kruispunt der draden en het teeken op het objectief, en de veranderingen hierin zijn, zooals gemakkelijk is in te zien, gelijk aan de som der veranderingen in de buigingen van objectief en oculair.

Noemen wij de doorbuiging van het oculair D_a, die van het objectief D_b, beiden ten opzigte van een' bepaalden stand des kijkers, bijv. den vertikalen, waarin men de buiging gelijk stelt, dan vindt men uit de metingen der beide afstanden:

---

1) Vorschlag eines neuen Verfahrens die, von der Biegung eines Instrumentes und von den Unregelmässigheite seiner zapfen erzeugten, Astronomische Beobachtungsfehler, zu bestimmen. Astronomische Nachrichten, Band 57, pag. 257.

$$x = 2\,D_a$$

en $$ij = D_a + D_b,$$

dus: $$x - ij = D_a - D_b,$$

hetgeen juist de buiging is, welke bepaald moet worden. In plaats van x en ij afzonderlijk, kan men onmiddelijk $x - ij$ vinden, door den afstand te meten van het teeken op het objectief tot het gereflecteerde beeld van het kruispunt, waardoor men, in plaats van de fouten van twee metingen, slechts die van ééne meting in de uitkomst invoert.

Eene volkomene onwrikbaarheid van de beide objectieven en den spiegel is natuurlijkerwijze weder een eerste vereischte. Door de buiging van het buisje, waarin zij zich bevinden, zouden zij zich echter kunnen verplaatsen, en daarom wil Marth niet ééne, doch vier waarnemingen doen, waarbij hij die buis, eerst om de lengte-as des kijkers, daarna om eene lijn loodregt hierop, 180° doet draaijen. Om den toestel in al deze standen te kunnen gebruiken, is de spiegel aan beide zijden verzilverd, en zijn de afstanden van de objectiefjes tot het oculair en tot het teeken op het objectief gelijk. Verder is het, om scherpe beelden te verkrijgen, noodig, dat de beide lenzen, volgens de lengte-as des kijkers, beweegbaar zijn.

Hoewel in mindere mate dan aan de vorige handelwijzen, zijn aan deze toch ook groote bezwaren verbonden. Door waarnemingen te verrigten, in de verschillende standen van het buisje met de objectieven, zal zekerlijk de buiging daarvan wel grootendeels worden opgeheven, doch de nog overig blijvende buiging, en de veranderingen in den stand des spiegels kunnen altijd fouten te weeg brengen, wier aan- of afwezigheid men niet zal kunnen onderzoeken.

Vervolgens blijft nog de moeijelijkheid over, om in den kubus, waarin zich toch reeds verschillende deelen voor de verlichting enz. bevinden, nog dien hulptoestel te bevestigen. Het zou welligt mogelijk zijn, het instrument, bij zijn' bouw, hierop

in te rigten, maar bij een' bestaanden Meridiaan-cirkel, door de kleine opening in den kubus, het buisje met objectieven en spiegels in te brengen, en behoorlijk te bevestigen, zal wel in de meeste gevallen niet uitvoerbaar zijn. Indien men het onderzoek der buiging op de door Marth aangegevene wijze inrigt, is het ook van groot gewigt, te onderzoeken, of, door het aanschroeven van den hulptoestel, de buiging van den kijker niet gewijzigd wordt, daar, zoo dit plaats vond, deze handelwijze natuurlijkerwijze onbruikbaar zou zijn.

Eenvoudiger en dus met minder gevaar van fouten te begaan, zou de methode van Marth, eenigzins gewijzigd, kunnen worden aangewend. De grootheden x en ij moeten dan wel ieder op zich zelve bepaald worden, waardoor in de uitkomst in plaats van de fout van ééne meting, die van twee metingen wordt ingevoerd, doch dit is een minder groot bezwaar, daar door vermenigvuldiging der waarnemingen, deze toevallige fouten grootelijks kunnen verminderd worden. Deze gewijzigde methode is de volgende.

Men plaatst, in het midden van den kubus, eene lens, zoodanig, dat het teeken op het objectief en het dradennet in twee koppelbrandpunten liggen. Hunne beelden zullen dan op elkander vallen, en, door de afstanden van het kruispunt der draden, tot het beeld van het teeken op het objectief, in verschillende standen van het instrument, te meten, verkrijgt men de waarden van $D_a + D_b$. Daarna stelt men, in plaats van de lens, een' hollen spiegel, waarvan het krommings-middelpunt in het kruispunt der draden ligt, zoo dat, na terugkaatsing, het beeld hiervan met dit kruispunt in een vlak zal liggen; men meet dan de afstanden tusschen beiden, en verkrijgt aldus de waarde van $2\,D_a$. Door aftrekking bekomt men dan weder $D_a - D_b$,

Bij het gebruik van ééne lens, heeft men nog het voordeel, dat men haar geene fijne beweging behoeft te geven, indien

zij, hetgeen meestal voldoende is, slechts op eenen enkelen millimeter na, gesteld behoeft te worden.

Zoo naauwkeurig mogelijk moet men trachten de lens zulk een' brandpuntsafstand te geven, dat zij in het midden tusschen het teeken op het objectief en het dradennet moet gesteld worden, om het beeld op de juiste plaats te vormen; hiertoe moet die brandpuntsafstand f gelijk zijn aan $\frac{1}{4}$ van den afstand p, tusschen het dradennet en het teeken. Kan dit niet met genoegzame naauwkeurigheid geschieden, dan mag in geen geval die brandpunts-afstand grooter, doch wel kleiner zijn dan $\frac{1}{4}\,p$, daar men dan, door verplaatsing van de lens buiten het midden, de beelden toch de verlangde scherpte kan geven. Is zij gelijk aan $\frac{1}{4}\,p - \Delta$, dan moet die verplaatsing $\delta = \sqrt{p\,\Delta}$ zijn.

Is f juist gelijk aan $\frac{1}{4}\,p$, dan zal eene fout x, in de stelling der lens, slechts eene fout, $y = \frac{2\,x^2}{p}$, in de plaats van het gevormde beeld veroorzaken. Bedraagt de eerste fout 1, 2, of 5 millimeters, dan is de laatste, bij een' kijker van 8 voet, slechts $\frac{1}{1255}$, $\frac{1}{314}$, of $\frac{1}{50}$ millimeter. In dit geval kan dus de lens, uit de hand, naauwkeurig genoeg worden gesteld.

Zoo f daarentegen niet gelijk is aan $\frac{1}{4}\,p$, dan zal eene fout in den stand der lens een' grooten invloed op de plaats van het beeld uitoefenen. Wanneer wij, even als vroeger, het verschil, tusschen f en $\frac{1}{4}\,p$, Δ noemen, dan zal:

$$y = 8\,x\,\sqrt{\frac{\Delta}{p}}$$

zijn. Voor een' kijker van 8 voet zal dus, als Δ gelijk is aan 1, 2 of 5 millimeters, voor elken millimeter, welken men de lens verkeerd plaatst, het beeld van het teeken op het objectief 0,16, 0,21, of 0,36 millimeter buiten het vlak van het dradennet vallen.

Van den juisten brandpunts-afstand hangt dus de naauw-

keurigheid af, waarmede men de lens moet stellen. In de meeste gevallen zal men echter, uit de hand, de noodige verplaatsingen aan de lens kunnen geven, om het beeld van het teeken op het objectief in het vlak van de kruisdraden te doen vallen. De gaten in den kubus, waardoor de schroeven, die ter bevestiging van den toestel dienen, gestoken worden, kunnen daartoe, in de rigting van de as des kijkers, een weinig elliptisch gemaakt worden.

De spiegel, welken men ter bepaling van $2D_a$ gebruikt, zal echter van eene fijne beweging moeten voorzien zijn, daar eene fout in zijn' stand vergroot op de plaats van het beeld overgaat. Zij r de kromtestraal des spiegels, en de afstand, tusschen den spiegel en de kruisdraden, in plaats van r, $r + \Delta$, dan zal het beeld op een' afstand van het dradennet gevormd worden, welke wordt voorgesteld door:

$$z = 2\,\Delta.$$

Om het beeld op zijne juiste plaats te verkrijgen, behoort de spiegel dus van eene fijne beweging voorzien te zijn, daar men anders het dradennet moet verplaatsen, waartoe, bij de meeste Meridiaan-cirkels, de geheele voorste buis zal moeten worden losgemaakt. Dit is minder verkieslijk, omdat daardoor andere spanningen kunnen ontstaan, welke de buiging zullen wijzigen.

Wanneer men de lens inrigtte op dezelfde wijze als het objectief volgens het denkbeeld van Porro, zoodat het voorste vlak als spiegel dienst kan doen, zou men, in plaats van twee metingen, slechts ééne behoeven te volbrengen. Men heeft dan echter het bezwaar, dat, als de lens zoo gesteld is dat het teekentje op het objectief zich scherp vertoont, zij, als spiegel, een' verkeerden stand kan hebben. Alleen wanneer de brandpunts-afstand en de kromtestraal van het oppervlak minder dan 1 millimeter van $\frac{1}{4}$ en $\frac{1}{2}$ van de lengte des kijkers verschillen, zal men de lens zoo kunnen plaatsen, dat aa

beide voorwaarden genoegzaam voldaan wordt. Eene fijne beweging is dan echter onmisbaar.

Bij de oorspronkelijke methode van Marth, even als bij de voorgestelde wijziging, blijft de buiging des cirkels onbepaald, en alleen dan, als deze door omzetten van den cirkel kan geëlimineerd worden, heeft het bepalen van de buiging des kijkers, op zich zelve, eenige waarde.

Omtrent de buiging van den cirkel, vindt men een onderzoek, in de «*Astronomical Observations made at Cambridge*, 1833» [1]), hetgeen volbragt werd door Airy, met den grooten Muurcirkel van 8 voet middellijn.

De handelwijze, die bij dit onderzoek gebruikt werd, was de volgende.

De cirkel werd telken male, nadat hij 10° gedraaid was, door middel van zes, op gelijke afstanden geplaatste, mikroskopen afgelezen, beginnende bij 0°, den geheelen omtrek rond. Vervolgens werden de gemiddelden van de aflezingen aan twee diametrale mikroskopen vergeleken bij die aan de zes mikroskopen, waardoor dus de verdeelings-fouten van de diameters van 10° tot 10° verkregen werden, in de onderstelling dat het gemiddelde van zes aflezingen daarvan geheel vrij was. Bij dat rondmeten van den cirkel, kwam elke diameter tweemaal onder elk paar mikroskopen, hetgeen telkens eene bepaling der verdeelings-fout opleverde, zoodat voor elke deelstreep dus zes bepalingen volbragt werden.

Zoo de theorie van Bessel juist is, moeten de gemiddelden van de verdeelings-fouten van dezelfde middellijn, verkregen uit de aflezingen in twee standen van den cirkel, welke 180° verschillen, voor elk paar mikroskopen dezelfde waarde hebben, daar de fouten van de buiging, volgens die theorie, uit die gemiddelden worden geëlimineerd. Dit is echter, bij het onderzoek van Airy, volstrekt niet het geval, en de on-

1) Vol. VI, Introduction, pag. 29.

derlinge afwijkingen van die drie gemiddelden klimmen zelfs eene enkele maal tot eene volle secunde op.

Indien men hieruit nu echter het gevolg wilde afleiden, dat de buiging van den cirkel niet de formule volgde, die door Bessel is verkregen, zou men te overijld handelen; want de onderlinge verschillen, tusschen de drie bepalingen, veranderen zoo zeer van de eene deelstreep tot de volgende, dat het zeer waarschijnlijk is, dat de oorzaken van die afwijkingen grootendeels gezocht moeten worden in toevallige waarnemings-fouten, of in fouten door temperatuurs-verschillen veroorzaakt, welke, bij zulk een' grooten cirkel, vrij aanzienlijk kunnen zijn.

Uit dit onderzoek van Airy kunnen dus geene zekere gevolgtrekkingen worden afgeleid, aangaande de juistheid of onjuistheid van de theorie van Bessel, en hetgeen van de meeste der vroeger beschouwde waarnemingen gold, geldt ook van deze: dat zij alleen, als zij met eene veel grootere naauwkeurigheid verrigt worden, strekken kunnen om onze kennis, aangaande de buiging, uit te breiden.

In de laatste tijden is door twee sterrekundigen, Pape en Hoek, onafhankelijk van elkander, eene methode bekend gemaakt, ter bepaling van de buiging des kijkers en cirkels, waarbij zij zijn uitgegaan van een beginsel, vruchtbaarder dan dat, hetwelk aan de laatst beschrevene handelwijzen ten grondslag ligt. Er worden namelijk voorwerpen (spiegels) rondom het instrument gesteld, welke bepaalde hoeken met den vertikaal maken. Deze hoeken worden nu met den Meridiaan-cirkel gemeten, en het verschil, tusschen de juiste waarde en die, welke uit de meting volgt, is de verbetering niet alleen voor de buiging, maar ook voor de fouten, door de onjuiste verdeeling, en welligt andere onbekende oorzaken, teweeggebragt. Zoo bepaalt men dan die verbeteringen voor verschillende zenithsafstanden, ten opzigte van een' bepaalden

stand des kijkers, waarbij men ze nul stelt. Door een opzettelijk onderzoek der verdeelingsfouten, kan men hieruit dan de fouten, die het gevolg zijn van de buiging en van andere oorzaken, afzonderen. Dit is echter volstrekt niet noodig, daar de hoogtemetingen van den invloed van al de fouten gezamenlijk moeten bevrijd worden.

Op het bovengenoemde beginsel rust ook het onderzoek der buiging, door op elkander gerigtte kijkers, waardoor hoeken van 180°, en door niveau-collimatoren, waardoor, in verband met den Nadirbak, hoeken van 90° gevormd worden. Het is echter van belang dat, ter bepaling van de buiging in andere standen van den kijker, meer bekende hoeken met den Meridiaan-cirkel gemeten worden. Vóór Pape en Hoek, heeft Faye reeds eene handelwijze bekend gemaakt [1]), volgens welke een spiegel, onder een' hoek van 45° met den vertikaal, zou kunnen opgesteld worden. Indien men deze aanwendde, zou men dus nog twee bekende hoeken met het Nadir verkrijgen.

Men moet daartoe gebruik maken van een' vertikalen en een' horizontalen collimator, aan welke, door instelling op den Nadirbak en door nivelleren, de behoorlijke standen worden gegeven. Ter plaatse waar de beide optische assen der collimatoren elkander snijden, wordt nu een platte spiegel, zoo naauwkeurig mogelijk, onder een' hoek van 45° met den horizon gesteld. Indien hij nu een weinig om eene horizontale as beweegbaar is, kan men hem zoo stellen, dat het kruispunt der draden van den eenen collimator juist teruggekaatst wordt volgens de optische as van den anderen; de hoek van den spiegel met den horizon is dan gelijk aan 45°. De kijker van den Meridiaan-cirkel wordt nu loodregt op dien spiegel gesteld, en de hoek tusschen dezen stand en het Nadir gemeten.

De spiegel en de beide collimatoren moeten daartoe bepaalde afstanden van het instrument hebben, en de vertikale collimator

1) Comptes rendus, Tome 31, pag. 757.

zou, op de eene of andere wijze, in beugels moeten bevestigd wo
den. Hij moet daarenboven voorzien zijn van eene fijne beweging
en zijn' stand, gedurende eenigen tijd, onveranderd behouder
aan welke voorwaarden zeker uiterst moeijelijk zal kunn
voldaan worden. Deze methode is dan ook nooit aangewend.

Bij die van Pape en Hoek behoeft men geen vertika
doch alleen één of twee horizontale collimatoren en spiege
Hoewel men dus hierbij niet te kampen heeft met de
zwaren, aan de opstelling van den vertikalen collimator v
bonden, zoo zal echter de juiste plaatsing der spiegels en
niveau-collimatoren, op verschillende hoogten, met zulke gro
moeijelijkheden gepaard gaan, dat slechts in zeer gunst
omstandigheden deze handelwijze zal kunnen worden toegep

Even als Faye, heeft Pape [1]) alleen de methode beschrev
waardoor hoeken van 45° ter wederzijde van het instrum
kunnen verkregen worden. Men plaatst daartoe, in het v
lengde van de as van een' horizontalen collimator, een' plat
spiegel, en stelt een' kwikbak daaronder. Indien nu de spie
juist een' hoek van 45° met den horizon maakt, zullen de li
stralen, welke horizontaal uit den collimator komen, op
spiegel vertikaal teruggekaatst worden naar de kwik-opp
vlakte, en van daar terug op den spiegel, om vervolgens, h
zontaal, in den collimator weder te keeren. Het beeld van
kruispunt der draden valt dan, na drievoudige terugkaatsi
met het kruispunt zelf te zamen. De spiegel wordt dus
gesteld, dat men, door den collimator ziende, dit zamenva
waarneemt; men heeft dan de zekerheid, dat hij een' hoek
45° met den vertikaal maakt. Door den kijker dan op
spiegel en op den Nadirbak te rigten, meet men wederom
hoek tusschen beiden, en leidt hieruit de fout voor de
ging af. Zoo men die fout ook wil kennen voor een' zeni

---

1) Resultate aus Beobachtungen des Altonaer Meridiankreises. Astronom
Nachrichten, Band 53, pag. 17.

afstand van 135°, stelt men den niveau-collimator en den spiegel op dezelfde wijze, maar in plaats van den kijker onmiddellijk loodregt op den spiegel te stellen, rigt men hem zoodanig op een' kwikbak, tusschen den spiegel en het instrument geplaatst, dat het beeld van zijn dradennet, door de kwikoppervlakte, loodregt op den spiegel wordt teruggekaatst, en dan wederom langs denzelfden weg in den kijker terugkeert. Het is duidelijk, dat deze dan een' zeniths-afstand van 135° heeft. Op deze wijze kan men dus, voor vier verschillende standen van den kijker, de som der fouten van de buiging, verdeeling, enz. bepalen.

Hoek heeft deze methode uitgebreid ter bepaling van de buiging bij andere zeniths-afstanden, bijv. van 5° tot 5°, of van 10° tot 10°, en hiervan mededeeling gedaan in twee stukken in de Astronomische Nachrichten [1]). In het eerste stuk stelt Hoek het gebruik van slechts één' collimator voor, in het tweede geeft hij de handelwijze op, volgens welke het onderzoek met twee horizontale collimatoren zal worden ingerigt. Wij willen beide methoden achtereenvolgens beschouwen.

Wanneer een horizontale lichtstraal een' spiegel treft, en van daar teruggekaatst wordt naar een' tweeden, derden enz., welke, met betrekking tot den horizon, hellingen α, β, γ enz. hebben, dan zal hij, op de volgende wijze, van zijne invalsrigting worden afgeleid. De afwijking, door den eersten spiegel veroorzaakt, is 2α; hij maakt dus met den tweeden eenen hoek $\beta - 2\alpha$. Door de tweede terugkaatsing ondergaat zijne rigting eene verandering, $2\beta - 4\alpha$; de straal zal dus, met de oorspronkelijk horizontale rigting, een' hoek, $2\beta - 2\alpha$, vormen. De derde spiegel veroorzaakt op nieuw eene afwijking, $2\gamma - 4\beta + 4\alpha$, zoodat dan de geheele afwijking $2\gamma - 2\beta + 2\alpha$ bedraagt. Voor vier spiegels wordt zij $2\delta - 2\gamma + 2\beta - 2\alpha$ enz.

2) Ueber die Bestimmung der Biegung bei Meridianinstrumenten. Astronomische Nachrichten, Band 56, pag. 301 en 323.

Indien nu deze afwijking 90° is, zal de vroeger horizontale lichtbundel vertikaal zijn geworden, en op eene horizontale kwikoppervlakte gereflecteerd zijnde, langs denzelfden weg, dien hij eerst gevolgd heeft, door de spiegels worden teruggezonden, zoodat hij na de laatste terugkaatsing weder horizontaal is.

Opdat dit plaats hebbe, moet dus bij één' spiegel:

$$2\alpha = 90^0, \text{ of } \alpha = 45^0 \text{ zijn;}$$

bij twee spiegels:

$$2\beta - 2\alpha = 90^0, \text{ of } \beta = 45^0 + \alpha;$$

bij drie spiegels:

$$2\gamma - 2\beta + 2\alpha = 90^0, \text{ of } \gamma = 45^0 + \beta - \alpha.$$

Bij het gebruik van twee of meer spiegels, kan men dus op verschillende wijzen aan deze voorwaarden voldoen.

Deze eigenschappen worden nu door Hoek aangewend ter verkrijging van bepaalde hoeken. Twee of drie spiegels, welke eene fijne beweging om eene horizontale, en eene minder fijne om eene vertikale as hebben, worden, zoo na mogelijk, loodregt op de vlakte van den Meridiaan, rondom het instrument geplaatst, en door middel van den Meridiaan-cirkel zoo gesteld, dat zij voldoen aan de opgegevene voorwaarden, om een' oorspronkelijk horizontalen lichtstraal, ten laatste vertikaal terug te kaatsen. Dit geschiedt op de volgende wijze.

Nadat men de hoeken bepaald heeft, welke de spiegels met den horizon moeten maken, stelt men den kijker van den Meridiaan-cirkel, door bepaling van het Nadirpunt en aflezen van den cirkel, op zeniths-afstanden, welke gelijk zijn aan die hoeken, en plaatst er dan de spiegels, op de vroeger beschrevene wijze, loodregt op. Indien nu werkelijk de optische as van den kijker de zeniths-afstanden heeft, welke men haar door de aflezingen tracht te geven, dan zullen de spiegels ook juist die standen hebben, waarbij de lichtstraal, uit een' horizontalen collimator daarop vallende, vertikaal wordt terug-

gekaatst. Als die straal dus nog op eene horizontale kwik-oppervlakte wordt gereflecteerd, zal hij van daar, langs denzelfden weg, wederom horizontaal in den collimator terugkeeren.

Heeft echter de optische as van den kijker des Meridiaans-cirkels, door de fouten der buiging, verdeeling enz., niet die zeniths-afstanden, welke de aflezingen doen kennen, dan zal de lichtstraal niet volkomen horizontaal in den collimator terugkeeren. Wanneer men door den collimator ziet, zal zich dit openbaren in eene afwijking tusschen de kruisdraden en hun teruggekaatst beeld.

Het is niet noodig, dat de spiegels volkomen de gegevene hoeken met den horizon maken. Dit behoeft slechts ten naaste bij het geval te zijn, zoodat het onmiddellijke en teruggekaatste beeld der kruisdraden, in den collimator, op een' afstand van elkander liggen, welke zonder bezwaar met een' bewegelijken draad en eene mikrometer-schroef kan gemeten worden. De verschillen, tusschen de standen, welke men aan de spiegels door middel van den Meridiaan-cirkel wilde geven, en die, welke zij werkelijk hebben, worden dan door de instellingen van den kijker van het instrument bepaald. De afwijkingen, tusschen de beide beelden in den collimator, kunnen dus voor deze verschillen verbeterd worden, zoodat men alleen den invloed overhoudt, welke door de buiging, verdeelingsfouten, enz., in de bepaling van den stand der spiegels wordt teweeggebragt.

Zij bij een' zeniths-afstand z, de invloed van die fouten, ten opzigte van een' bepaalden stand des kijkers, bijv. als hij naar het Nadir is gerigt, $\varphi(z)$, dan zal, bij het gebruik van één' spiegel, de afwijking der beelden in den collimator gelijk zijn aan:

$$4\varphi(45);$$

bij het gebruik van twee spiegels, op zeniths-afstanden α en $45+\alpha$, wordt zij:

$$4\varphi(45+\alpha)-4\varphi(\alpha);$$

bij het gebruik van drie spiegels, op zeniths-afstanden α, β en $45 - \alpha + \beta$, bedraagt zij;

$$4\,\varphi\,(45 - \alpha + \beta) - 4\,\varphi\,(\beta) + 4\,\varphi\,(\alpha).$$

Door nu voor α en β verschillende waarden te nemen, kan men verschillende vergelijkingen verkrijgen tusschen de fouten bij de daarbij gebruikte zeniths-afstanden. Voor de zeniths-afstanden van 5^0 tot 5^0, tusschen 10^0 en 80^0, heeft men bijv. 17 vergelijkingen, terwijl er slechts 15 onbekende waarden van φ (z) in voorkomen, welke er dus uit opgelost kunnen worden.

De afstanden van de spiegels tot den Meridiaan-cirkel zijn niet geheel willekeurig. Één er van is evenwel volkomen onbepaald, indien dan slechts de kijker loodregt op den spiegel gerigt kan worden; de overige afstanden hangen echter van dezen af. Is de eerste bijv. op een' afstand r, en zijn de beide overigen op afstanden $r_{,}$ en $r_{,,}$ van de as des cirkels verwijderd, dan is:

$$r_{,} = r\,\frac{\text{Cos}\,\alpha}{\text{Cos}\,(2\alpha - \beta)}$$

en

$$r_{,,} = r\,\frac{\text{Cos}\,\alpha}{\text{Cos}\,(2\,\alpha - 2\,\beta + \gamma)}$$

De grootste waarde, welke r, $r_{,}$, of $r_{,,}$ in de 17 combinatiën, welke men gebruikt, verkrijgen kan, is 1,2, als de kleinste gelijk 1 wordt gesteld. Dit levert dus geene moeijelijkheden op; een groot bezwaar is echter gelegen in de omstandigheid, dat somtijds licht, onder een' hoek van 80^0 invallende, 7 maal moet worden teruggekaatst, eer het weder in den collimator treedt. Het is zeer te betwijfelen, of het dan wel de noodige sterkte bezit, om juiste waarnemingen toe te laten.

Om hierin te voorzien, heeft Hoek zijne methode in het tweede stuk in de Astron. Nachr. eenigzins gewijzigd voor-

gesteld, en daarbij aangenomen, dat men niet, zoo als in het eerste stuk ondersteld was, beperkt was binnen zenithsafstanden van 90°, hetgeen bij kleinere instrumenten het geval is, maar dat de kijker, zooals bij de Meridiaan-cirkels, in elke willekeurige rigting kan gebragt worden.

Hierbij wordt geen gebruik gemaakt van een' kwikbak, maar van een' tweeden horizontalen collimator, welke aan dezelfde zijde van het instrument als de eerste wordt gebragt. De spiegels moeten dan zoo geplaatst worden, dat zij het dradennet van den eenen collimator terugkaatsen in de rigting van de optische as van den anderen. Daartoe moet dan, bij twee spiegels:

$$2\beta - 2\alpha = 180^0, \text{ of } \beta = 90 + \alpha \text{ zijn;}$$

en voor drie spiegels:

$$2\gamma - 2\beta + 2\alpha = 180^0 \text{ of } \gamma = 90^0 + \beta - \alpha.$$

Bij deze inrigting heeft men, als drie spiegels worden aangewend, in het ongunstigste geval slechts eene drievoudige terugkaatsing, bij een' invalshoek van 80°. Op dezelfde wijze als boven vermeld is, worden dan, door middel van den kijker, de spiegels gesteld, en de fouten, welke hierbij begaan zijn, openbaren zich daarin, dat het beeld der kruisdraden van den eenen collimator, niet met de kruisdraden in den anderen collimator zamenvalt. Het aantal combinatiën, voor zenithsafstanden van 10° tot 10°, is zeer groot, doch neemt men er alleen die uit, bij welke de afstanden der spiegels tot de as van het instrument 1,54 niet te boven gaan, als de kleinste afstand 1 is, dan verkrijgen wij toch nog, voor de zenithsafstanden ten Noorden, en ook ten Zuiden van het instrument, 21 vergelijkingen met 17 onbekenden, waaruit dus deze laatsten (de fouten bij de verschillende zenithsafstanden) kunnen worden berekend.

De fout bij den zenithsafstand van 0° kan niet op deze wijze bepaald worden, en ook niet, zoo men zich slechts van één' collimator bedient, daar dan de afstanden der spiegels te groot

zouden worden. Hiertoe moet men zich dus van een' kijker in het zenith en van den Nadirbak bedienen.

De spiegels, welke men gebruikt, zullen in het algemeen niet volkomen vlak, doch een weinig bolvormig zijn; wij dienen dus te onderzoeken, in hoever dit van invloed kan zijn op de verkregene uitkomsten.

De stralen, welke de lichtbundel zamenstellen, die uit den collimator treedt, en op de spiegels wordt teruggekaatst, moeten, als zij de kwik-oppervlakte treffen, onderling evenwijdig zijn; want waren zij divergerend of convergerend, dan zouden zij op eene andere wijze naar den collimator worden teruggezonden, als zij er uitgetreden zijn, en het teruggekaatste beeld van het dradennet zou zich niet met het dradennet in dezelfde vlakte bevinden. Opdat dit laatste bij bolvormige spiegels geen plaats vinde, zullen de lichtstralen niet onderling evenwijdig uit den collimator moeten komen, maar een weinig divergerend of convergerend, naar gelang van den vorm der spiegels. Het dradennet zal dus een weinig in- of uitgeschoven moeten worden, en wel zoo ver, tot dat men, als de spiegels hunne behoorlijke standen hebben, de kruisdraden en het beeld te gelijk scherp ziet. Bij het gebruik van twee collimatoren, zal het gereflecteerde dradennet van den eersten zich ook in de vlakte van het dradennet van den tweeden moeten vormen. Dit kan eveneens door eene verplaatsing der kruisdraden verkregen worden.

In het algemeen, zal men dus divergente of convergente lichtstralen op de spiegels moeten doen terugkaatsen, hetgeen, behalve eene geringe spherische aberratie, ook eene kleine afwijking, in de rigting des teruggekaatsten stralenbundels, zal teweegbrengen. Deze laatste is echter, zoo als de berekening aantoont, eene grootheid van de tweede orde, ten opzigte van den hoek, welke aan het krommings-middelpunt des spiegels door de uiterste stralen wordt gevormd. Bij de groote waarde,

welke de kromtestraal altijd hebben zal, mag deze grootheid dus verwaarloosd worden.

Een ander en grooter bezwaar ligt echter hierin, dat, als men den kijker loodregt op de bolvormige spiegels wil stellen, zijn dradennet uit het hoofdbrandpunt moet gebragt worden. De lichtstralen moeten namelijk om door een' bolvormigen spiegel naar hetzelfde punt te worden teruggekaatst, als waarvan zij uitgingen, bij hun uittreden uit het objectief van den kijker, uit het krommings-middelpunt van den spiegel schijnen voort te komen. Zij dan a de voorname brandpunts-afstand van het objectief, $a + \Delta$ de afstand, welken het dradennet van het objectief moet hebben, opdat het met zijn teruggekaatst beeld zamenvalle, en zij r de kromtestraal des spiegels; dan moet:

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{a + \Delta} = \frac{1}{a} \text{ zijn,}$$

waaruit, met verwaarloozing der hoogere magten van $\frac{\Delta}{a}$, volgt:

$$\Delta = \frac{a^2}{r}.$$

Bij een' brandpunts-afstand a van 8 voet zal dus, als Δ in millimeters en r in ellen uitgedrukt is:

$$\Delta = \frac{6250}{r} \text{ zijn.}$$

Daar het mij niet bekend is, welke de geringste kromming zal zijn, waar binnen men, bij het vervaardigen van platte spiegels, blijven kan, zoo is het moeijelijk om op te geven, welke waarde r kan bereiken. Is r gelijk 1000 el, dan zou men het dradennet reeds 6 streep moeten verplaatsen, en de pijl van den spiegel, dien wij 1 palm in middellijn aannemen, zou dan nog slechts 0,0012 streep bedragen. Daar deze pijl omgekeerd evenredig is aan de tweede magt van den straal, geloof ik dat al spoedig eene verplaatsing van het dradennet, van een paar strepen, noodig zal zijn, om dit en zijn terugge-

kaatst beeld te gelijk scherp te kunnen zien. Bij de verschillende spiegels, waarop men den kijker achtereenvolgens moet rigten, zal deze grootheid insgelijks verschillend zijn, zoodat men telkens, als men van den eenen spiegel tot den anderen overgaat, het dradennet in den kijker van den Meridiaan-cirkel zal moeten verplaatsen, hetgeen onvereenigbaar is met het eerste vereischte, dat de optische as onveranderlijk moet zijn. Kan men dus geene volmaakt vlakke spiegels, of wel bolvormige met gelijke stralen, verkrijgen, dan wordt hierdoor deze methode onbruikbaar.

De onderstelling, dat de spiegels min of meer bolvormig zijn, is niet ongegrond. Secchi, die, bij zijn onderzoek van de buiging, een sextanten-spiegeltje van Merz gebruikte, bevond dat hij het dradennet ongeveer een' halven duim moest inschuiven, hetgeen, bij de lengte van den kijker van 1,55 el, met een' straal van 500 el van het spiegelend oppervlak zou overeenstemmen. De vlakken der prisma's, door Steinheil, Merz en anderen geslepen, vertoonden zich, bij een onderzoek van Prof. Kaiser, zelfs met een' kleinen sextanten-kijker, niet alleen bolvormig maar ook onregelmatig gekromd.

Bij kijkers met korte brandpunts-afstanden zal de bolvormigheid der spiegels minder hinderen, daar de afstand van het beeld tot het voorname brandpunt evenredig is aan de tweede magt van den brandpunts-afstand.

Zoo men er in kan slagen, om zich spiegels te verschaffen, welke aan de bovengenoemde eischen voldoen, dan zal hunne opstelling, rondom een' Meridiaan-cirkel van gewone grootte, op zeniths-afstanden van 10° tot 10°, zoo als men ligt in zal zien, verbazend hooge stellingen vereischen. Deze zullen daarenboven stevig genoeg moeten zijn, om niet voortdurend tot verplaatsingen van de spiegels aanleiding te geven.

Daar de waarnemingen echter spoedig afloopen, en men telkens, door den kijker er op te rigten, de standen der spie-

gels kan bepalen, zou deze moeijelijkheid welligt zijn te boven te komen. De groote kosten echter voor de vervaardiging en plaatsing dier hooge stellingen, aan weerskanten van het instrument, (voor de spiegels en den collimator), en de moeijelijkheid, of misschien onmogelijkheid, om spiegels van de begeerde gedaante te verkrijgen, zullen de methode van Hoek, hoewel zij in andere opzigten de voorkeur verdient boven de vroeger vermelde, wel geheel onbruikbaar maken. Alleen bij kleine instrumenten, waar ook de kosten van de opstelling der hulptoestellen zooveel geringer zullen zijn, zou men haar met hoop op goed gevolg kunnen aanwenden.

Hiermede heb ik in dit hoofdstuk, zoo ver zij mij bekend zijn, de verschillende handelwijzen beschouwd, welke zijn voorgesteld, tot het onderzoek van de buiging der Meridiaancirkels, door middel van bijzondere hulptoestellen, terwijl ik, in het vorige hoofdstuk, heb nagegaan, in hoever dit mogelijk is door waarnemingen van hemellichten.

De uitkomsten, tot welke deze beschouwingen ons geleid hebben, kunnen geenszins bevredigend genoemd worden, want eene bepaalde handelwijze, welke ons de fouten der buiging met juistheid leert kennen, hebben wij te vergeefs gezocht, en zij zal nog wel eenigen tijd tot de « pia vota » blijven behooren. Geheel in het onzekere, omtrent deze gewigtige aangelegenheid, laten zij ons evenwel niet. Wij zagen, dat het reeds veel tot vermindering van de fouten der buiging strekt, zoo de waarnemingen op de sterren onmiddellijk, en op hunne beelden, door eene kwik-oppervlakte teruggekaatst, in beide standen van het instrument, worden bijeengevoegd. Uit de onderlinge vergelijking dier waarnemingen, kan dan tevens een en ander omtrent de buiging afgeleid worden.

Wil men dan echter geen gevaar loopen om fouten, door andere oorzaken teweeggebragt, voor die van de buiging te

laten doorgaan, zoo moet men verschillende voorbehoed-middelen bij de waarnemingen gebruiken. Een der voornaamste is, dat men, zooveel mogelijk, door het tijdig openen van groote luiken enz., zorg draagt voor de gelijkheid der temperatuur, binnen en buiten het vertrek en ook in de buis des kijkers. Deze zal dan daartoe van openingen kunnen voorzien zijn, terwijl men hem, wanneer niet geobserveerd wordt, in den horizontalen stand moet laten staan.

Omtrent de fouten, veroorzaakt door de ongelijkheid van temperatuur, en ook door hellingen van het kwik-oppervlak, welke laatste echter hoogst waarschijnlijk niet bestaan, kunnen ons, zoo als wij gezien hebben, de waarnemingen, waarbij objectief en oculair omgezet zijn, eenige inlichtingen geven. Waar het dus mogelijk is, zal het verkiesselijk zijn, de kijkers der Meridiaan-cirkels hierop in te rigten. De voordeelen en bezwaren aan dit omzetten verbonden zijn reeds vroeger besproken; de laatsten zijn echter niet van dien aard, dat wij het daarom behoeven achterwege te laten.

Zoo het door proefnemingen gebleken is, dat, door het omzetten van den cirkel, daarin geene nadeelige spanningen of vormsveranderingen ontstaan, zal men de fouten, door de buiging veroorzaakt, kunnen elimineren door de hoogtemetingen van hetzelfde hemellicht te verrigten, nadat men telkens den cirkel een evenmatig deel van 180° gedraaid heeft, en de zoo verkregene uitkomsten bijeen te voegen. De fouten van de buiging des kijkers, welke dan nog in de uitkomsten aanwezig blijven, zullen, hoogstwaarschijnlijk op zeer weinig na, uit de combinatie van directe- en reflexie-waarnemingen, in de twee standen van het instrument, verdwijnen, en uit de onderlinge vergelijking dier waarnemingen kunnen worden bepaald.

Ter controle der hieruit verkregene uitkomsten voor de buiging blijft een onderzoek, op eene andere wijze ingerigt, echter

altijd zeer wenschelijk. Is het gebleken, dat men de buiging des cirkels door omzetten kan elimineren, dan zal de gewijzigde methode van Marth, met ééne lens, hiertoe de meest geschikte zijn. Men moet zich dan echter wel verzekeren van den vasten stand van den hulptoestel, vooral van den spiegel, en zal hiertoe voor enkele standen van het instrument, waarbij de grootste verplaatsingen te vreezen zijn, op eene andere en meer zekere wijze, de buiging moeten onderzoeken. Als van zelf bieden zich daartoe de buigingen in de horizontale en vertikale standen aan; de eerste te bepalen door op elkander gerigte kijkers, de laatste door een' niveau-collimator, welken men, eerst aan de eene, dan aan de andere zijde van het instrument, opstelt. Indien de zoo gevondene waarden voor de buiging, in deze standen, overeenstemmen met die, welke volgens de handelwijze van Marth zijn bepaald, dan zal men zich overtuigd mogen houden, dat ook in de andere standen des kijkers, bij het gebruik van die handelwijze, geene storende invloeden van verplaatsingen van spiegel of lens te vreezen zijn. Bij het vervaardigen van nieuwe Meridiaan-cirkels, zou men, in den kubus, eene inrigting kunnen maken, die het inzetten van lens en spiegel, voor het aanwenden van deze methode, verligt.

Blijkt het uit de onderzoekingen, dat het omzetten van den cirkel niet geoorloofd is, of dat de spiegel en lens, in den kijker, (bij het gebruik der methode van Marth) niet dien vasten stand hebben, welke vereischt wordt, dan zal men zich, ter controle op de uitkomsten, welke verkregen zijn uit de waarnemingen der hemellichten, van de methode van Challis kunnen bedienen. Hierbij moet echter niet uit het oog worden verloren, dat het deel der buiging, hetwelk door de waarnemingen der sterren niet kan bepaald worden, en hetgeen wordt voorgesteld door de Sinussen der evene veelvouden van de zeniths-afstanden, ook bij het gebruik van deze methode onbepaald blijft.

In de meeste gevallen, zal het dus mogelijk zijn de grootte

der buiging, door het gecombineerde gebruik van ver
lende handelwijzen, eenigermate te bepalen, doch niet me
naauwkeurigheid, welke gevorderd wordt.

Zoo lang deze onzekerheid nog in de buiging blijft bes
zijn tegen de uitkomsten, uit de hoogtemetingen afge
altijd gegronde bedenkingen aan te voeren, en het is
eerste behoefte, bij den tegenwoordigen toestand der st
kunde, dat deze geheel worden opgeheven.

Eene handelwijze, welke, zonder te groote kosten te
eischen, bij elken zeniths-afstand de fouten doet ker
door de buiging teweeggebragt, is dus een der meest n
zakelijke vereischten, om de waarnemingen, en daardoo
theoretische onderzoekingen in de sterrekunde, eene sc
te doen vooruitgaan.

STELLINGEN.

I.

Met het volste regt zegt Lord WROTTESLEY in: *the Address delivered at the inauguration of the British Associatian, June* 27^{the} 1860. «There is no mistake more fatal in Astro-«nomy than that of multiplying instrumental means, without «providing an adequate supply of hands to employ them.»

II.

Zoo men uit de vergelijking van directe met reflexie-waarnemingen, de buiging bij een' Meridiaan-cirkel wil bepalen, is het noodig dat men een onderzoek volbrenge, omtrent den invloed van de straalbreking in het vertrek en in den kijker.

III.

Indien men den invloed van de buiging, op hoogtemetingen bij een' Meridiaan-cirkel, door eene periodieke functie van den zeniths-afstand voorstelt, kunnen de Cosinus-termen met eene grootere naauwkeurigheid dan de Sinus-termen uit de waarnemingen afgeleid worden.

IV.

Er bestaat geen voldoende grond voor de meening, dat in de reflexie-waarnemingen, welke met de noodige zorg verrigt zijn, meer standvastige fouten zouden voorkomen, dan in de directe waarnemingen.

V

De uitkomsten, welke men verkregen heeft voor het bedrag en de rigting der beweging van het zonnestelsel, zijn aan gegronde bedenkingen onderhevig.

VI.

De gevolgtrekking van HEIS, dat de atmospheer zich tot eene hoogte van 28 à 30 geographische mijlen zou uitstrekken, omdat de vuurkogel van den 3den December 1861, zich op die hoogte lichtend vertoonde, is niet gegrond.

VII.

De woorden van Prof. KAISER (*Geschiedenis der ontdekkingen van planeten*, *pag.* 389) «Het is een dwaalbegrip, dat «de waarnemingen buiten den Meridiaan noodwendig onnaauw-«keuriger dan de Meridiaan-waarnemingen wezen moeten,» moeten in dien zin worden opgevat, dat de naauwkeurigheid der waarnemingen meer afhangt van den waarnemer dan van het gebruikte instrument.

VIII.

Door de ontdekking van den begeleider van Sirius is het bestaan van afzonderlijke stelsels, gevormd door eene lichtgevende en eene donkere ster, hoogst onwaarschijnlijk geworden.

IX.

De onbegrensde toepassing van de theorie der waarschijnlijke fouten, bij de beoordeeling van uitkomsten, is af te keuren.

X.

De bewering van Schlömilch, (*Compendium der höhere Analysis*, *Seite* 121) «Der Differenzial-quotient einer Funktion wird an allen den Stellen unendlich und zugleich discontinuirlich, an welchen die ursprüngliche Funktion eine Unterbrechung der Stetigheid erleidet,» en de gevolgtrekking bij omkeering uit deze afgeleid: «So lange der Differenzial-quotient einer Funktion endlich und stetig bleibt, verläuft die Funktion selbst continuirlich» zijn onjuist.

XI.

Het betoog van Leroy (*Analyse appliquée à la Géométrie des trois dimensions. Bruxelles 2me édition*, *pag.* 246), dat de formule voor de *angle de contingence*: $\varepsilon = \frac{ds}{\varrho}$, ook geldig is, zoo men niet s, doch eene andere grootheid x, van welke s afhangt, als onafhankelijk veranderlijke beschouwt, is alleen voldoende, zoo $s = f(x)$ eene *fonction continue* is.

XII.

De waarschuwing van Lamé (*Leçons sur l'Elasticité*, *pag.* 186), dat men, bij het gebruik van het cylindrisch coördinaten-stelsel, de elementen, waarin de ligchamen verdeeld zijn, niet als regthoekige parallelopipeda mag beschouwen, is alleen van kracht bij vraagstukken over de beweging der ligchamen.

XIII.

De wijze waarop de grensvergelijkingen worden bepaald en opgelost, is een der zwakste deelen van de theorie der veerkracht.

XIV.

De bepaling van de doorbuiging door de *shearing stress* (*Rankine Manual of applied Mechanics*, *pag.* 342) is geheel onjuist.

XV.

De gebruikelijke wijzen van verkiezing van één' persoon, uit een beperkt aantal van meer dan twee, door middel van stemming, zijn op mathematische gronden af te keuren.

XVI.

Te regt zegt LAMÉ van den ether (*Leçons sur l'élasticité*, *pag.* 335) « Il n'est plus possible d'arriver à une explication « rationelle et complète des phénomènes de la nature physique, « sans faire intervenir cet agent, dont la présence est inévitable. »

XVII.

De proeven van LAMONT aangaande de verhouding tusschen gassen en dampen, welke zich in dezelfde ruimte bevinden (*Zeitschrift für Mathematik und Physik von Schlömilch, Kahl und Cantor*, 8ster *Jahrgang*, 1stes *Heft; Poggendorff's Annalen*, 1863, N°. 1) leeren ons niets naders omtrent dit onderwerp.

XVIII.

Het is niet noodzakelijk, dat een bliksem-afleider van een punt voorzien zij.

XIX.

De voorstelling van de verschijnselen der capillariteit in de: *Cours de Physique* van JAMIN, *Tome I*, *pag.* 209, kan geene aanspraak maken op den naam van eene juiste verklaring.

XX.

De leer der amorphie is onvereenigbaar met onze denkbeelden van het inwendig evenwigt der vaste ligchamen.

XXI.

Het begrip van veelvoudige evenredigheden wordt door de reactiën van de zamengestelde verbindingen niet geregtvaardigd.

XXII.

Het bestaan van elementen kan niet bewezen worden.

XXIII.

De meening, dat de grond van Nederland zou dalen, is onjuist.

XXIV.

Men heeft geen regt om van ééncellige planten te spreken.

XXV.

Het onderwijs aan de gymnasiën moet zoowel practisch als theoretisch zijn.

XXVI.

De wetenschap moet om haar zelve, nooit om hare toepassingen beoefend worden.

